Практична робота до теми 7. Моделі поведінки споживачів,
виробників та моделі їхньої взаємодії

***Задача оптимального (раціонального)
вибору споживача***

***Приклад.*** Переваги споживача задано функцією корисності , його дохід становить *M* = 400 грош. од., ціни товарів відповідно — *p*1, *p*2. Побудувати функцію попиту споживача.

*Розв’язання*. Запишемо функцію Лагранжа



або

.

Необхідні умови локального екстремуму:

,

,

.

Розв’язавши систему рівнянь:

;

і врахувавши, що , отримаємо функцію попиту споживача

.

***Моделі оптимального (раціонального)
вибору виробника (фірми)***

***Приклад.*** Випуск продукції фірми, що виробляє продукт одного виду задається виробничою функцією Кобба — Дугласа  Необхідно визначити максимальний випуск, якщо на оренду фондів і оплату праці виділено *С* = 150 грош. од., вартість оренди одиниці фондів *wk* = 5 грош. од., ставка зарплати *w****L*** = 10 грош. од./люд.

Якою буде гранична норма заміщення одного працівника фондами в оптимальній точці?

*Розв’язання*. *L*\* > 0, тому умови (2.1.37) матимуть вигляд:

*розв’язання.* Оскільки *F*(0, *L*) *= L*(*K*,0) = 0, то в оптимальному розв’язку *K*\* > 0

або для нашого прикладу:



Поділивши перше рівняння на друге, матимемо:

.

Підставивши цей вираз в умову:  знайдемо оптимальний розв’язок



На рис. 2.2 10 зображені ізокости (лінії постійних витрат для *С* = 100, 150) та ізокванти (лінії постійних випусків для *Х* = 25,2; 37,8).

Ізокости задаються рівняннями:  ізокванти — 



Рис. 2.2.10. Ізокости постійних витрат та

ізокванти постійних випусків

В оптимальній точці *K* \* = 20, *L* \* = 5 ізокванта *X*\* = 37,8 та ізокоста *С* = 150, які проходять через цю точку, дотикаються, бо нормалі до цих кривих (що задаються градієнтами  і  відповідно) — колінеарні.

Норма заміщення праці фондами в оптимальній точці:



тобто одного працюючого можна замінити двома одиницями фондів.

Геометричне місце точок дотику ізокост та ізоквант за різних значень витрат *C* визначає довготерміновий шлях розвитку фірми *X*(*C*), тобто показує, як зростатиме (спадатиме) випуск, якщо витрати зростуть (зменшаться). Оскільки ця залежність монотонна, то існує обернена монотонна функція витрат *С* ***=*** *С*(*Х*).

***Поведінка фірми на конкурентних ринках***

За досконалої конкуренції, коли учасників ринку багато, ціни на ринку не залежать від дій окремих виробників і споживачів. Якщо ж, навпаки, учасників ринку небагато, ціни на залежать від стратегій, що їх дотримуються суб’єкти ринку.

Розгляньмо приклад з двома конкурентами (дуополію), що виробляють одну й ту саму продукцію, кожен згідно зі своєю виробничою функцією:

,

де  — випуск *i* - ї фірми;  — обсяги витрат ресурсів *i*-ї фірми.

Ціна продукції залежатиме від випуску обох фірм:



причому вона знижується зі зростанням випуску:



Ціни на ресурси залежать від обсягів купівлі фірм:

,

причому вони зростають за зростання попиту на ресурси:



Кожна фірма прагне максимізувати свій прибуток. Наприклад, першій фірмі необхідно діяти так:



за умови  Ця задача на умовний екстремум зводиться до знаходження безумовного екстремуму функції Лагранжа:

.

Розглянемо спрощену постановку задачі, коли до уваги не береться конкуренція на ринку ресурсів.

Нехай витрати обох фірм є однаковими лінійними функціями випуску (*с* — граничні витрати, *d* — постійні витрати):



ціна продажу — лінійна функція від загального випуску (*Х*) обох фірм:

*р*(*X*) = *a* – *bX*, *X* = *X*1 + *X*2

(*b —* характеризує спадання ціни за умови зростання спільного випуску на одиницю).

Тоді прибутки конкуруючих фірм можна подати у вигляді:



де *X*0 *=* (*a – c*)/*b* — величина спільного випуску, за якої прибуток кожної фірми є від’ємним і дорівнює *–d*.

Необхідна умова екстремуму:



Звідси випуск, що максимізує прибуток (за умови ), дорівнює:

.

Аналогічно



1. ***Рівновага за Курно***

Для вирішення проблеми розробки стратегії дуополістів в умовах невизначеності А. Курно виходив з того, що кожне підприємство у процесі вибору обсягу своєї продукції для максимізації прибутку припускає, що конкурент не змінить свого обсягу реалізації, тобто кожна фірма припускає гіпотезу щодо незмінної стратегії конкуруючої фірми: *X*1 не залежить від *X*2, і навпаки, тобто . Очевидно, що  тому  отже, 

Позначимо елементи отриманого
розв’язку індексом *K* (Курно), тоді:

, .

*Точку рівноваги за Курно*   можна отримати за алгоритмом Курно: перша фірма обирає спочатку довільний випуск , а друга діє так, ніби перша весь час обирала б  тобто  Далі обидві фірми діють аналогічно (*l* — номер ітерації):





**Рис. 2.2.11.** Ітераційна процедура
знаходження точки рівноваги за Курно

На на рис. 2.2.11 зображені прямі, що відповідають функціям реакції фірм, кожна з яких є геометричним місцем точок оптимального випуску однієї фірми за заданого фіксованого випуску іншої. Траєкторія руху до точки рівноваги (точки перетину прямих) показана стрілками. Як бачимо, має місце монотонна збіжність до точки рівноваги.

До цього стану рівноваги конкуренти приходять через цілу низку послідовних змін обсягу і цін. Таке погодження дій є інтуїтивно привабливим і на перший погляд логічним. Але основною вадою моделі Курно є саме відсутність урахування процесу навчання і його результатів. Якби дії дуополістів були б справді послідовними, то вони швидко помітили б невідповідність між власними припущеннями щодо незмінності ринкових параметрів конкурента (обсяг та ціна) та справді його реакцією.

***2. Рівновага та нерівновага за Стакельбергом***

1. Нехай перша фірма приймає гіпотезу, за якою друга фірма діятиме згідно з Курно, тобто , а отже . Тоді випуск першої фірми, що максимізує її прибуток , дорівнюватиме:



Точка рівноваги за Стакельбергом для першої фірми: ; для другої: .

У точці рівноваги за Стакельбергом перша фірма отримує прибуток  а друга лише . Значення загального випуску і ціни:



тобто випуск більший, а ціна нижча, ніж у точці Курно. Отже, такий варіант вигідніший для споживачів.

2. Якщо друга фірма так само, як і перша, діятиме за Стакельбергом (тобто приймає гіпотезу, за якою перша діє згідно з Курно: ), то отримаємо *нерівновагу за Стакельбергом.*

У цьому разі стратегії фірм симетричні, тому а отже, випуск першої фірми, що максимізує її прибуток, дорівнюватиме:



звідки отримаємо:



За цих припущень прибуток обох фірм виявиться меншим, ніж у точці Курно:

,

а загальний випуск і ціна дорівнюватимуть:

.

Тобто це ще більшою мірою задовольняє споживача, ніж у точці рівноваги за Стакельбергом, оскільки випуск (пропозиція) зростає, а ціни знижуються.

***3. Утворення монополії***

***Приклад.*** Прибутки двох фірм, що конкурують на ринку одного товару, відповідно дорівнюють: ; ціна товару:  де *X*1, *X*2 — обсяги випуску продукції фірм.

Визначити оптимальний обсяг випуску продукції кожної фірми. Якою буде стратегія першої фірми відносно стратегії другої фірми: ?

Показати, яким буде спільний випуск за умови об’єднання цих фірм (утворення монополії). Визначити, який із варіантів буде привабливішим для споживача продукції та чому?

*Розв’язання.* Обчислимо випуск продукції першої фірми, що максимізує її прибуток:

.

Звідси стратегія першої фірми

,

а оптимальний обсяг випуску продукції знайдемо, розв’язавши рівняння

.

Отже, оптимальний обсяг випуску першої фірми , відповідно другої фірми — .

За таких стратегій перша фірма отримує прибуток , а друга — , ціна , а загальний випуск .

У разі утворення монополії спільний прибуток фірм  можна подати у вигляді функції від спільного випуску :

.

Знайдемо спільний випуск фірм, що максимізує спільний прибуток

.

Звідси оптимальний випуск , ціна , прибуток складатиме .

Як бачимо, перший варіант кращий для споживачів, оскільки ціна менша продукції, а випуск більший. Другий варіант кращий для фірм, оскільки вони мають більший прибуток.