теорія вартості грошей в часі

Практичне заняття 1

план

- 1.1. Концепція вартості грошей у часі
- 1.2. Прості, складні відсотки
- 1.3. Оцінювання грошових потоків з нерівними надходженнями
- 1.4. Рентні платежі (ануїтет) та їх оцінювання

Терміни та поняття до розділу

- Майбутня вартість грошей, поточна вартість грошей, нарощування (капіталізація), дисконтування, прості відсотки, складні відсотки, ефективна відсоткова ставка, номінальна, реальна відсоткова ставка, рентні платежі (ануїтет), грошовий потік пренумерандо (авансовий), грошовий потік постнумерандо

1.1. КОНЦЕПЦІЯ ВАРТОСТІ ГРОШЕЙ У ЧАСІ

- Концепція часової вартості грошей є однією з основних у теорії та практиці інвестиційного менеджменту.
- В її основу покладено твердження, що вартість грошей змінюється в часі. Тобто вартість грошової одиниці сьогодні більша, ніж вартість грошової одиниці, що буде отримана завтра або у майбутньому (оскільки гроші вже сьогодні можуть задовольнити потреби та принести дохід). Гроші можуть також втрачати свою вартість під дією таких трьох основних чинників, як інфляція, ризик, схильність до ліквідності.
- Величина доходу від інвестування або надання грошей у борг залежить від обсягу інвестицій, ставки відсотку та тривалості вкладення коштів. Враховуючи значну тривалість інвестиційного процесу, в практиці, зазвичай, порівнюється вартість грошей на початку їх інвестування з вартістю грошей при їх поверненні у вигляді майбутнього прибутку.
- В процесі порівняння використовується два основних поняття: поточна (теперішня) вартість та майбутня вартість грошей (рис. 1.1)

Майбутня вартість грошей — це вартість грошових коштів, яка буде отримана від їх інвестування через визначений період з урахуванням певної відсоткової ставки.

Рух грошових потоків від поточної вартості до майбутньої називається ***нарощуванням*** (compounding), інколи цей процес називається ***капіталізацією***.

Поточна вартість грошей — це вартість майбутніх надходжень з поправкою на дисконтну ставку.

Рух вартості від майбутньої до поточної називають ***дисконтуванням*** (discounting)

У процесі нарощування та дисконтування грошей розглядають такі фактори:

— поточна (теперішня) вартість грошей (PV);
— майбутня вартість грошей (FV);
— кількість періодів (років) (n);
— норма дохідності (відсоткова ставка) (r).

Логіка проведення фінансових операцій

1.2. ПРОСТІ, СКЛАДНІ ВІДСОТКИ

Залежно від умови проведення фінансових операцій, і нарощування, і дисконтування може застосовуватися з використанням простих та складних відсотків.

Прості відсотки (simple interest), зазвичай, використовують у короткострокових фінансових операціях. Базою для нарахування відсотків за кожний плановий період у цьому разі є початкова сума грошових коштів:

$$FV = PV + PV \cdot r + ... + PV \cdot r = PV \cdot (1 + r \cdot n)\,. \qquad (1.1)$$

У формулі n може мати дрібне значення, коли фінансова операція здійснюється на термін t днів:

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r \cdot t}{365}\right). \qquad (1.2)$$

Дисконтування за простих відсотків здійснюється за формулами:

$$PV = \frac{FV}{(1 + r \cdot n)} \text{ — для довгострокових операцій,} \qquad (1.3)$$

$$PV = \frac{FV}{\left(1 + \frac{r \cdot t}{365}\right)} \text{ — для короткострокових операцій.} \qquad (1.4)$$

Приклад 1.

- Надано кредит у розмірі 200 тис. грн 10 січня 2021 року з погашенням 19 вересня 2021 року під 18 % річних. Основна сума боргу з відсотками сплачується під час погашення кредиту. Визначте величину суми до погашення. Точна кількість днів — 252 дні, відповідно.
- Формула 1.2

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r \cdot t}{365}\right).$$

- FV=200*(1+0,18*252/365)=224,854 тис. грн

Приклад 2.

- Фізична особа має намір накопичити наприкінці року 40 тис. грн на депозитному рахунку. Нарахування відсотків здійснюється за схемою простих відсотків за місячної ставки 1 %. Яку суму потрібно розмістити на депозитний рахунок?

- Формула 1.3

$$PV = \frac{FV}{(1 + r \cdot n)}$$ — для довгострокових операцій,

- PV=40000/(1+0,01*12)=35714

Приклад 3.

- Визначте період вкладу, за який початкова вартість розміром 20 тис. грн зросте до 32 тис. грн, якщо використовується нарахування за схемою простих відсотків, річну ставку встановлено на рівні 15 %
- Формула 1.3 $PV = \dfrac{FV}{(1 + r \cdot n)}$ — для довгострокових операцій,

$$n = \frac{\frac{FV}{PV} - 1}{r}$$

- =(32/20-1)/0,15=3,3 роки=

За схеми ***складних відсотків*** (compound interest) вихідна величина, потрібна для нарахування відсотків за плановий період, включає і початкову суму вкладу, і суму вже нарахованих до цього часу відсотків.

$$FV = PV \cdot (1 + r)^n, \tag{1.5}$$

де $(1 + r)^n$ — коефіцієнт нарощування або мультиплікативний множник для одиничного платежу[1].

Приклад 4.

- Інвестор розмістив на депозитний рахунок 8000 грн під 16 % річних. Визначити величину суми вкладу через три роки за умови нарахування за схемою складних відсотків.
- Формула 1.5

$$FV = PV \cdot (1 + r)^n$$

- $=8000*(1+0{,}16)^3=12487$

Поточна вартість грошей за схеми складних відсотків, відповідно становитиме:

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^n} = FV \cdot \frac{1}{(1+r)^n}, \qquad (1.6)$$

де r — ставка дисконтування,

$\frac{1}{(1+r)^n}$ — дисконтний множник[1].

Якщо відсоткова ставка змінюється в різні періоди часу, тобто:

n	1	2	...	n
r	r_1	r_2	...	r_n

У такому разі формули (1.5), (1.6) матимуть вигляд:

$$FV = PV \cdot (1+r_1) \cdot (1+r_2) \ldots (1+r_n), \qquad (1.7)$$

$$PV = \frac{FV}{(1+r_1) \cdot (1+r_2) \ldots (1+r_n)}. \qquad (1.8)$$

Якщо відсотки нараховуються кілька разів за період, то формула розрахунку майбутньої вартості грошових потоків по схемі складних відсотків матиме такий вигляд:

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \cdot k}, \qquad (1.9)$$

де k — періодичність нарахування відсотків.

- Для порівняння ефективності розміщення коштів за різної періодичності нарахування відсотків протягом року вводиться поняття ефективної відсоткової ставки: це відсоткова ставка такого вкладення коштів, за якого нарахування відсотків відбувається тільки один раз наприкінці року і це рівносильне за кінцевим результатом конкретній схемі нарахування відсотків, для якої визначається ефективна відсоткова ставка. З визначення ефективної ставки можна записати таке рівняння:

$$FV = PV \cdot \left(1+\frac{r}{k}\right)^{n \cdot k} = PV \cdot (1+r_e)^n \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (1+r_e)^n = \left(1+\frac{r}{k}\right)^{n \cdot k} \Rightarrow r_e = \left(1+\frac{r}{k}\right)^{k} - 1. \qquad (1.10)$$

Приклад 5.

- Оцініть, що доцільніше інвестору при розміщенні 40 тис. грн на три роки за схемою складних відсотків: відсоткова ставка 18 % річних за нарахування відсотків двічі на рік, чи ставка 17 % річних за нарахування щоквартально?

$$FV = 40 \cdot \left(1 + \frac{0.18}{2}\right)^{3 \cdot 2} = 67{,}084 \text{ тис. грн},$$

$$FV = 20 \cdot \left(1 + \frac{0.17}{4}\right)^{3 \cdot 4} = 65{,}913 \text{ тис. грн},$$

$$r_{e1} = \left(1 + \frac{0.18}{2}\right)^{2} - 1 = 0{,}1881,$$

$$r_{e2} = \left(1 + \frac{0.17}{4}\right)^{4} - 1 = 0{,}1811.$$

1.3. ОЦІНЮВАННЯ ГРОШОВИХ ПОТОКІВ З НЕРІВНИМИ НАДХОДЖЕННЯМИ

На практиці відбуваються не одноразові грошові потоки, а ***потоки грошових сум***, які виплачують чи отримують суб'єкти господарювання (CF_1, CF_2, CF_3, ... CF_n). Зазвичай виділяють грошові потоки, що надходять на початку кожного періоду — потік ***пренумерандо*** (авансовий), або наприкінці кожного періоду — потік ***постнумерандо***. Більше поширені в процесі аналізу потоки постнумерандо. Безпосередньо саме ці потоки покладено в основу методик аналізу ефективності інвестиційних проектів. Пояснюється це тим, що фінансові результати визначаються найчастіше після закінчення відповідного звітного періоду (року). Потоки пренумерандо мають значення під час аналізу різних схем накопичення грошових коштів для майбутнього їх реінвестування.

Нарощування за грошовими потоками постнумерандо можна розглянути на рис. 1.3.

Відповідно сума нарощених вартостей потоків постнумерандо становить:

$$FV = CF_1 \cdot (1+r)^{n-1} + CF_2 \cdot (1+r)^{n-2} + \cdots + CF_n \cdot (1+r)^0 = \sum_{k=1}^{n} CF_k \cdot (1+r)^{n-k}. \qquad (1.12)$$

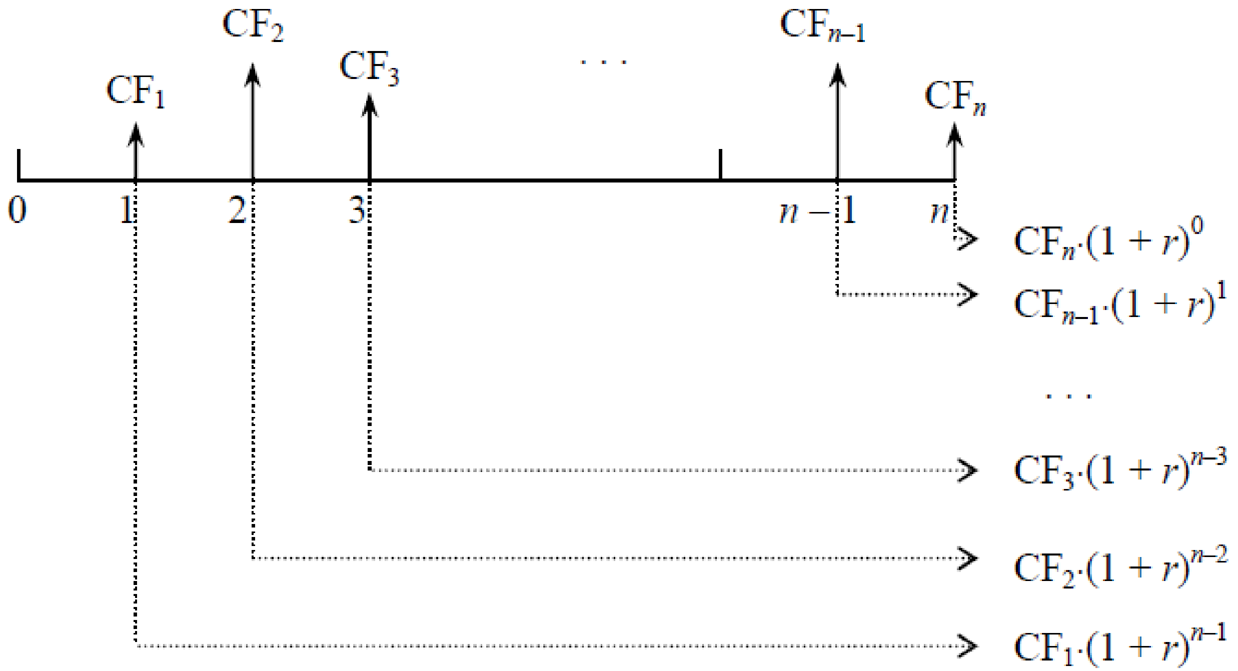


Рис. 1.3. Логіка розрахунку майбутньої вартості грошових потоків постнумерандо на кінець n-го періоду

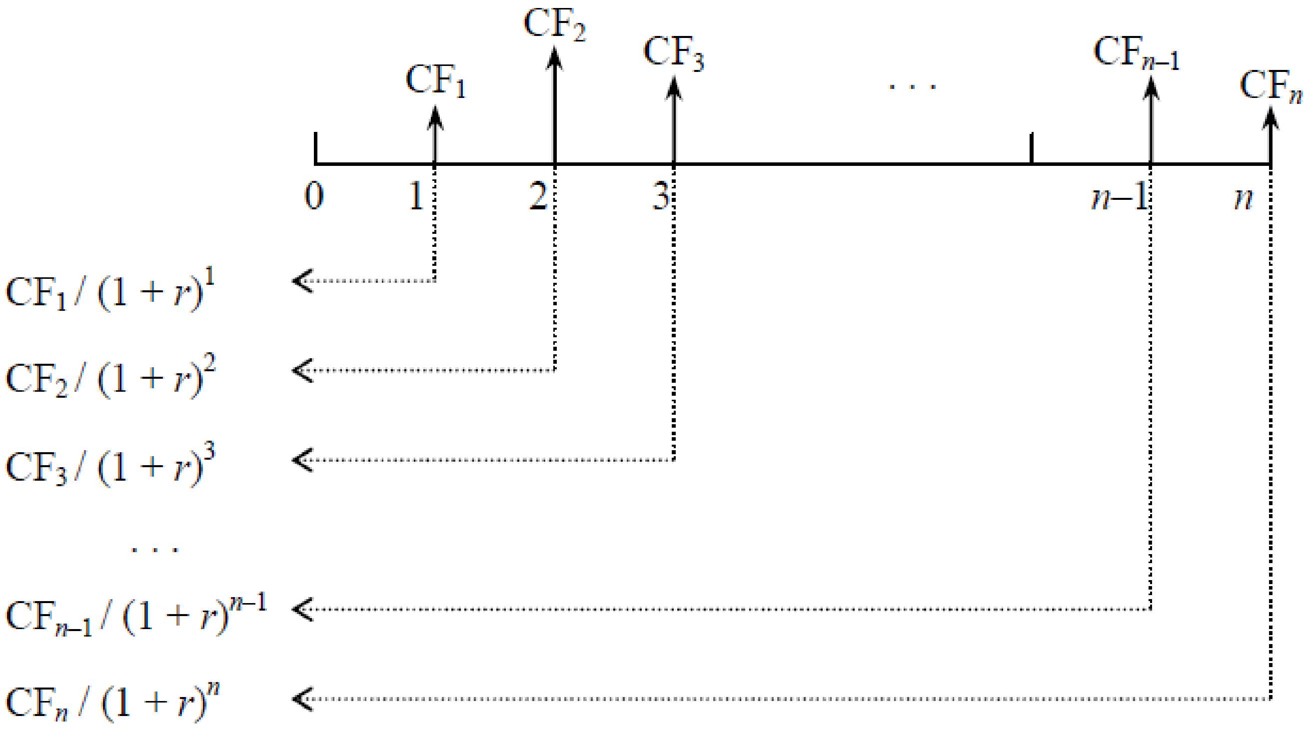


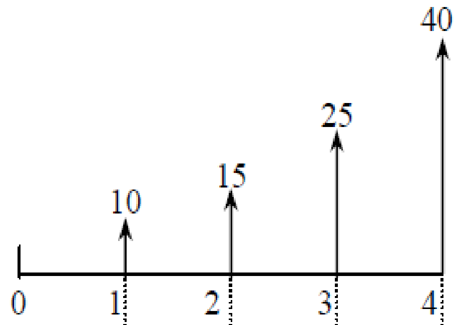
Рис. 1.4. Логіка розрахунку поточної вартості грошових потоків постнумерандо на початок 1-го періоду

Відповідно сума поточних вартостей потоків постнумерандо становить:

$$PV = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{CF_n}{(1+r)^n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{CF_k}{(1+r)^k} . \qquad (1.13)$$

Приклад 6.

- Розрахуйте поточну вартість грошових потоків постнумерандо (тис. грн): 10, 15, 25, 40. Ставка дисконтування становить 12 %.



$$10/(1+0{,}12)^1 = 10 \cdot 0{,}89286 = 8{,}9285$$

$$15/(1+0{,}12)^2 = 15 \cdot 0{,}7972 = 11{,}9579$$

$$25/(1+0{,}12)^3 = 25 \cdot 0{,}71178 = 17{,}7945$$

$$40/(1+0{,}12)^4 = 40 \cdot 0{,}6355 = 25{,}421$$

$$\sum = 64{,}1017$$

$$PV = \frac{10}{1.12^1} + \frac{15}{1.12^2} + \frac{25}{1.12^3} + \frac{40}{1.12^4} = 64{,}1017 \text{ тис. грн.}$$

1.4. РЕНТНІ ПЛАТЕЖІ (АНУЇТЕТ) ТА ЇХ ОЦІНЮВАННЯ

- Окремим випадком грошових потоків є ануїтет (або фінансова рента). Ануїтетні платежі широко використовують під час оцінки фінансових інструментів, аналізу інвестиційних проектів, розрахунку орендних платежів.

Ануїтет (***фінансова рента***) — це рівні грошові потоки, що здійснюються з однаковою періодичністю

Якщо число рівних часових інтервалів обмежено, ануїтет називають *строковим*, у цьому разі:

$$\mathrm{CF}_1 = \mathrm{CF}_2 = \mathrm{CF}_3 = \ldots = \mathrm{CF}_n = \mathrm{A}.$$

Як і в загальному випадку, виділяють два типи ануїтетів: постнумерандо та пренумерандо.

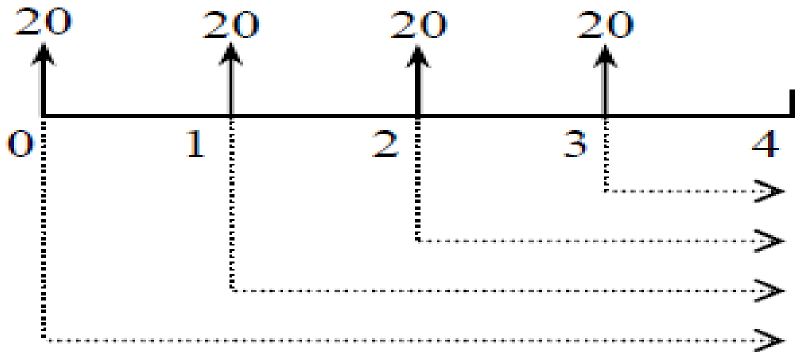
За постійної величини грошових потоків (А), відсоткової ставки за період (r) та кількості періодів (n) майбутня вартість становитиме:

$$FVA_{пост} = A \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} \text{ — для грошових потоків постнумерандо}^{1}, \tag{1.16}$$

$$FVA_{прен} = A \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} \cdot (1+r) \text{ — для грошових потоків пренумерандо.} \tag{1.17}$$

Приклад 7.

- Щорічно на початку року в банк вноситься по 20 тис. грн (пренумерандо). Банк нараховує на вклад 15 % річних за схемою складних відсотків. Яка сума вкладу буде через чотири роки?



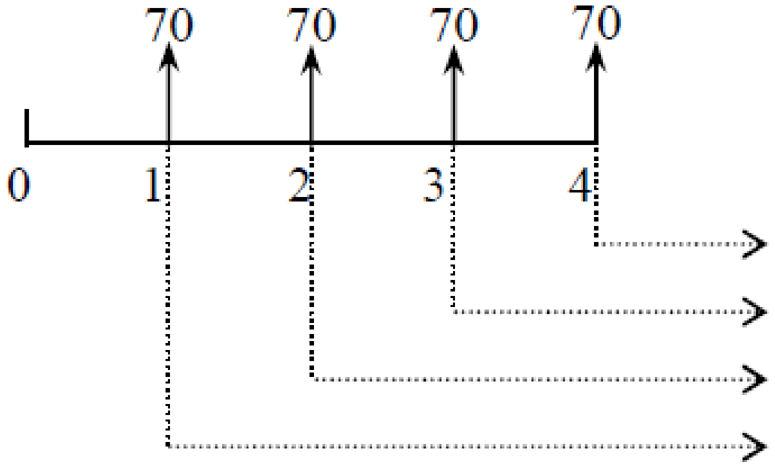
$$20 \cdot (1 + 0{,}15)^1 = 23$$
$$20 \cdot (1 + 0{,}15)^2 = 20 \cdot 1{,}3225 = 26{,}45$$
$$20 \cdot (1 + 0{,}15)^3 = 20 \cdot 1{,}520875 = 30{,}4175$$
$$20 \cdot (1 + 0{,}15)^4 = 20 \cdot 1{,}749 = 34{,}98$$
$$\Sigma = 114{,}8476$$

$$FVA_{прен} = 20 \cdot 1{,}15^4 + 20 \cdot 1{,}15^3 + 20 \cdot 1{,}15^2 + 20 \cdot 1{,}15^1 =$$

$$= 20 \cdot \frac{(1+0{,}15)^4 - 1}{0{,}15} \cdot (1+0{,}15) = 114{,}8476 \text{ тис. грн.}$$

Приклад 8.

- За рахунок упровадження нових технологій підприємство планує отримати економію витрат у розмірі 70 тис. грн щорічно (наприкінці періоду). Ці грошові кошти планується розміщувати на депозитний рахунок під 14 % річних протягом чотирьох років. Визначити суму, яку отримає власник підприємства наприкінці строку, за умови, якщо гроші з рахунку не знімалися



$$70 \cdot (1 + 0{,}14)^0 = 70$$
$$70 \cdot (1 + 0{,}14)^1 = 70 \cdot 1{,}14 = 79{,}8$$
$$70 \cdot (1 + 0{,}14)^2 = 70 \cdot 1{,}2996 = 90{,}972$$
$$70 \cdot (1 + 0{,}14)^3 = 70 \cdot 1{,}481544 = 103{,}708$$
$$\sum = 344{,}48$$

$$FVA_{пост} = 70 \cdot 1.14^3 + 70 \cdot 1.14^2 + 70 \cdot 1.14^1 + 70 \cdot 1.14^0 =$$
$$= 70 \cdot \frac{1.14^4 - 1}{0.14} = 344{,}48 \text{ тис. грн.}$$

Приклад 9.

- Підприємство має 480 тис. грн прибутку та планує вкласти їх у власне виробництво, отримуючи протягом наступних п’яти років щорічно по 150 тис. грн, водночас підприємство може покласти ці кошти на депозитний рахунок, за яким нараховується 14 % річних (за схемою складних відсотків). Який варіант є дохідніший, якщо вважати, що вигіднішої альтернативи розміщення коштів (ніж під 14 %) підприємство не має?

Вирішення задачі можна здійснити у два методи. Перший метод: порівняти майбутнє значення ануїтету 150 тис. грн (щорічні доходи від інвестицій у підприємство) за відсоткової ставки 14 % з альтернативним розміщенням всієї суми в розмірі 480 тис. грн на депозитний рахунок за відсоткової ставки 14 %:

— майбутнє значення ануїтету:

$$FVA = 150 \cdot \frac{(1+0.14)^5 - 1}{0.14} = 150 \cdot 1.14^4 + 150 \cdot 1.14^3 +$$

$$+ 150 \cdot 1.14^2 + 150 \cdot 1.14^1 + 150 \cdot 1.14^0 = 991{,}515 \text{ тис. грн;}$$

— майбутнє значення 480 тис. грн:

$$FV = 480 \cdot (1+0.14)^5 = 924{,}199 \text{ тис. грн.}$$

За результатами розрахунків вигіднішим є вкладення коштів у виробництво на підприємстві.