МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Методичні вказівки та контрольні завдання з курсу «МАТЕМАТИКА» для слухачів-іноземців підготовчого відділення. Розділ «Числові множини»

Одеса 2010

Методичні вказівки та контрольні завдання з курсу «МАТЕМАТИКА» для слухачів-іноземців підготовчого відділення. Розділ «Числові множини».

Укладачі:
Аркатов Ю.М., Расторгуєва Т.Є., Чорна О.В. – Одеса: ОДЕКУ, 2010 – 42 с.

Зміст

Передмова…………………………………………………………………...4
1.Множина цілих чисел………………………………….………..………5
1.1. Множина цифр і множина натуральних чисел ………....……..……5
1.2. Арифметичні дії над натуральними числами…………………………7
1.3. Ознаки подільності. Види чисел…..………………...………………10
1.4. Найбільший загальний дільник. Найменше загальне кратне……....13
1.5. Множина цілих чисел……………….……..………………………...16
2. Множина дійсних чисел…………………………..…………………...18
2.1. Звичайні дроби…………………......…………..……………………18
2.2. Дії на звичайними дробами………..…………………..……………..20
2.3. Десяткові дроби…………………….…………….……………………23
2.4. Дії на десятковими дробами……………………………………..26
3. Відношення, пропорції й відсотки………………..……..……..……..31
3.1. Відношення……………………………………………..……………..31
3.2. Пропорції…………………………………………..…………………33
3.3. Відсотки………………………………………………..………..….35
Додаток 1……………………………………………..…………………...39
Додаток 2……………………………………………...………..………..41
Література…………………………………………………………..……42

Передмова

Запропоновані «Методичні вказівки» призначені для слухачів – іноземців підготовчого відділення, які вивчають дисципліну «Математика».

Методичні вказівки містять: теоретичні тексти, питання до тексту, контрольні завдання та нові слова, які слухач повинен прочитати, записати і перекласти на рідну мову.

Методичні вказівки можуть бути використані для аудиторної роботи під керівництвом викладача, а також для самостійної роботи (домашнє завдання).

Використання методичних вказівок полегшить вивчання та опанування іноземними учнями навчального матеріалу з математики на нерідній мові, що є необхідним не лише під час навчання на підготовчому відділенні, а й при навчанні на перших курсах вищих навчальних закладів України.

1. Множина цілих чисел

1.1. Множина цифр і множина натуральних чисел

Множина цифр

Цифри – це з*наки*. Наприклад, 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.
Множина цифр - це **всі** цифри. Множина цифр *позначається* буквою Ф (читається – «фі»):

$$Ф = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}.$$

Знаки 0, 1, …, 9 називаються *елементами* множини цифр.
Цифри - це знаки, за допомогою яких записують числа.

Натуральні числа (НЧ)

Натуральне число складається з однієї або декількох цифр.
Число, яке *складається* з однієї цифри, називається *однозначним*.
Число, яке складається із двох цифр, називається *двохзначним.*
Число, яке складається із трьох цифр, називається *тризначним.*
Число, яке складається із n цифр, називається *n - значним*
Наприклад:

- 571 – це тризначне число, тому що складається із трьох цифр 5, 7 і 1;
- 3002 – це чотиризначне число, тому що складається із чотирьох цифр 3, 0, 0 і 2;
- $a_3a_2a_1a_0$ – це чотиризначне число, якщо всі a_3, a_2, a_1, a_0 – це цифри
- a_{n-1} ... $a_2a_1a_0$ – це n – значне число, a_i – це цифри. Перша цифра *праворуч* a_0 - це *кількість одиниць* у натуральному числі; друга цифра праворуч a_1 - це кількість *десятків*, третя цифра праворуч a_2 - це кількість *сотень*; четверта цифра праворуч a_3 - це кількість *тисяч.*

Наприклад, у числі 7359: $a_0 = 9$ – кількість одиниць рівна дев'яти, $a_1 = 5$ – кількість одиниць рівна п'яти, $a_2 = 3$ – кількість сотень рівна трьом, $a_3 = 7$ – кількість тисяч рівна семи.

Визначення 1. Множина натуральних чисел
Множина *натуральних чисел* N - це всі n – знакові числа:

$\mathbf{N} = \{1, …, 9, 11, …, 99, 100, …, 999, …\}$.

Зауваження

1. *Можна* сказати, що цифри - це однозначні натуральні числа.
2. Цифра 0 (нуль)- це не натуральне число.
3. Множина натуральних чисел позначається буквою N (читається – «ен»).

Визначення 2. Загальна формула натурального числа
Якщо a_n - це цифри 0, 1, …, 9, тоді *загальна формула* n – значного натурального числа можна написати так:
$$a_{n-1}a_{n-2}...a_1a_0. \quad (1)$$

Приклад 1. Напишіть загальну формулу тризначного натурального числа.
Розв'язання. Тризначне число складається із трьох цифр. Застосуємо формулу (1): $a_2a_1a_0$.

Контрольні завдання й питання

1. *Скільки* цифр у числі:
   1) 7594; 2) 1001; 3) 10; 4) 5501; 5) 307; 6) 87603

Приклад правильної відповіді 1) : у числі сім тисяч п'ятсот дев'яносто чотири - чотири цифри, це чотиризначне число.

2. Скільки одиниць, десятків, сотень, тисяч в числі:
   1) 7594; 2) 6001; 3) 10; 4) 5011; 5) 307.

Приклад правильної відповіді 1): у числі сім тисяч п'ятсот дев'яносто чотири – сім тисяч, п'ять сотень, дев'ять десятків і чотири одиниці.

3. Назвіть усі двохзначні НЧ числа, які *більше* числа 54 і *менше* числа 58.
4. Назвіть число, яке *складається* з 5 сотень і трьох одиниць.
5. Назвіть число, яке складається з однієї сотні й трьох десятків.
6. Напишіть число, яке складається з 9 тисяч, 5 десятків і однієї одиниці.
   Варіанти відповідей: A) 951; B) 9501; C) 90501; D) 9051.
7. Напишіть загальну формулу п'ятизначного натурального числа.
8. Напишіть правильну відповідь
   Варіанти відповідей:
   A) 5 - це тільки число;
   B) 5 - це тільки цифра;
   C) 5 - це число й цифра;
   D) 5 - це буква.
9. Напишіть правильне продовження твердження:
   Варіанти відповідей:
   A) Число 58 - це двохзначне число, тому що …
   B) Число 58 - це тризначне число, тому що …
   C) Число 58 - це чотиризначне число ,тому що …
10. Скільки одиниць, десятків, сотень, тисячі в числі 7594?
    Варіанти відповідей:
    A) у числі 7594 – 4 тисячі, 9 сотень, 7 десятків і 5 одиниць;
    B) у числі 7594 – 5 тисяч, 9 сотень, 7 десятків і 4 одиниці;
    C) у числі 7594 – 9 тисяч, 5 сотень, 4 десятків і 7 одиниць;
    D) у числі7594 – 7 тисяч, 5 сотень, 9 десятків і 4 одиниці.
11. Напишіть число, яке складається з 5 сотень і трьох одиниць.

Варіанти відповідей: A) 35; B) 305; C) 533; D) 5503; E) 503

Слова до теми 1.1

визначення	наприклад
двозначне	натуральне
декілька	одиниці
десятки	однозначне
допомога	позначається
елемент	праворуч
загальна	сказати
зауваження	скільки
знак	складається
кількість	сотні
ліворуч	тисячі
множина	тризначне
можна	формула
назвіть	цифра

1.2. Арифметичні дії над натуральними числами

Таблиця 1

Знак	Читати	Знак	Читати
$+$	плюс	$-$	мінус
$\cdot$	помножити на	$:$	поділити на
$=$	дорівнює	$\approx$	приблизно дорівнює
$>$	більше	$<$	менше
$\geq$	більше або дорівнює	$\leq$	менше або дорівнює
$\neq$	**не** дорівнює	$\in$ $\notin$	належить **не** належить

Приклад 1. Прочитайте математичні *формули*:
1) $235 \neq 2350$; 2) $g \leq 137$; 3) $h \approx 875$; 4) $x \geq 205$;
5) $577 \in N$; 6) $0 \notin N$.

Визначення 1. Арифметичні дії (операції)
Дії *додавання, віднімання, множення й ділення* називаються *арифметичними діями (операціями)*.

Таблиця 2

Дія	Назва чисел a й b	Результат	Читати
$a+b$	a і b - це доданки	сума	a плюс b
$a-b$	a - це зменшуване, b - це від'ємник	різниця	a мінус b
$a \cdot b$	a і b це співмножники	добуток	a помножити на b
$a:b$ або $\frac{a}{b}$	a - це ділене, b - це дільник	частка	a розділити на b

Зауваження

1. a + b можна читати – це сума двох чисел a і b, або - це додавання двох чисел
2. a · b можна читати – це добуток двох чисел a и b, - чи це множення двох чисел.
3. a - b можна читати – це різниця двох чисел a і b, або - це віднімання двох чисел.
4. $a:b=\frac{a}{b}$ можна читати – це ділення числа a на число b, або - це *відношення* числа a до числа b.
5. Якщо $a+b=c$ (число $a \in N$, число $b \in N$), тоді число $c \in N$ - *завжди*.
6. Якщо $a+b=c$, тоді:
$$a=c-b \text{ та } b=c-a.$$

Приклад 2. Знайдіть невідоме число b, якщо $138+b=279$.
Відповідь: $b=141$.

7. Якщо $a-b=c$ й число $a \in N$, і число $b \in N$, тоді $c \in N$, або $c \notin N$. Наприклад, різниця $(27-15) \in N$, різниця $(38-72) \notin N$.
8. Якщо $a-b=c$, тоді:
$$a=c+b \text{ та } b=a-c.$$

Приклад 3. Знайдіть невідоме натуральне число b, якщо $738-b=532$.
Відповідь: $b=206$.
Приклад 4. Знайдіть невідоме натуральне число b, якщо $338-b=432$.
Відповідь: Натурального числа b не існує, $b \notin N$.

9. Якщо $a:b=c$, число $a \in N$, число $b \in N$, тоді $c \in N$, або $c \notin N$. Наприклад, $(27:9) \in N$, $(38:5) \notin N$.
10. Якщо результат ділення двох натуральних чисел a і b - це теж натуральне число, тобто $(a:b) \in N$, тоді говорять, що число a ділиться на число b цілим *або без остачі.*

11. Якщо $(a:b)\notin N$, тоді говорять, що число a ділиться на число b з *остачею.*

Приклад 5. Розділити число 15 на число 3.
Розв'язання. Число 15 ділиться на 3 без остачі (ціле). Результат ділення – це натуральне число 5.

$$15 : 3 = 5.$$

Число 5 – це частка. **Відповідь:** 5.
Приклад 6. Розділити число 15 на число 4.
Розв'язання. Число 15 ділиться на 4 з остачею, тому що $(15:4)\notin N$
Остача дорівнює числу 3.

Порядок арифметичних дій у числовому виразі

Визначення 2. Числовий вираз
Числовий вираз - це математичний вираз, який складається із чисел і дій над цими числами.

Приклад 7. Який математичний вираз є числовим ?

1) $60:6+4$; 2)1 – a.

Відповідь. Математичний вираз (1) - це числовий вираз, математичне вираз (2) не є числовим.

Зауваження. Числовий вираз може мати дужки:
(...) - це круглі дужки;
[...] - це квадратні дужки;
{...} - це фігурні дужки.
Якщо у числовому виразі є дужки, то спочатку треба робити дії в дужках.

Визначення 3. Порядок арифметичних дій
1. Якщо дужок у числовому виразі немає, тоді треба починати робити дії із множення й ділення, а потім – додавання й вирахування.
2. Множення й ділення треба робити ліворуч праворуч.
3. Якщо в числовому вираженні є дужки, тоді треба починати робити дії в дужках.

Приклад 8. Визначте порядок дій у числовім виразі:

$$5\cdot(12-3):3+2.$$

Відповідь. Номер дії зазначений зверху: $5 \overset{2}{\cdot} (12 \overset{1}{-} 3) \overset{3}{:} 3 \overset{4}{+} 2$.

Контрольні завдання й питання

1. Знайдіть суму чисел 137 і 288.

Варіанти відповідей: A) 385; B) 425; C) 335; D)315.

2. Знайдіть суму цифр результату додавання чисел 37 і 88.

Варіанти відповідей: A)125; B)8; C)115; D) 5.

3. Знайдіть кількість десятків у результаті множення чисел 15 і 21.

Варіанти відповідей: A) 315; B) 36; C)1; D) 3.

4. Знайдіть найбільшу цифру в результаті ділення чисел 7925 і 25.

Варіанти відповідей: A) 317; Б) 13; В) 9; Г) 7.

5. Знайдіть *суму* цифр НЧ: 1) 7594; 2) 10001; 3) 10; 4) 505011; 5) 307.

Слова до теми 1.2

арифметичними	невідоме
більше	операція
віднімання	остача
від'ємник	плюс
відношення	помножити
ділене	порядок
дільник	приблизно
дія	приклад
добуток	рівно
додавання	різниця
доданки	розв’язання
дужки	розділити
зменшуване	співмножники
знайти	сума
менше	таблиця
мінус	формула
можна	частка
належить	

1.3. Ознаки подільності. Види чисел

Якщо натуральне число A розділити на натуральне число B, тоді результат (частка) може бути з остачею або без остачі (остача дорівнює нулю, див. 1.2, зауваження 10,11). Наприклад, 125 : 5 = 25 і остача дорівнює нулю (ділення без остачі або ціле); 125 : 2 = 62 і остача дорівнює числу 1.

Ознака ділення натурального числа на число два без остачі
Натуральне число $C = a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0$ ділиться на число 2 без остачі, якщо остання цифра цього числа a_0, ділиться на 2 без остачі.

Приклад 1. Чому число 3303578 ділиться на число 2 без остачі?
Відповідь. Число 3303578 ділиться на число 2 без остачі тому, що остання цифра цього числа 8 ділиться на 2 без остачі.

Зауваження
1. Число, яке ділиться на 2 *без остачі*, називається **парним.**
2. Число, яке ділиться на 2 *з остачею*, називається **непарним.**

Формула парного й непарного числа
Усі парні числа b_k можна одержати за допомогою формули:
(1) $b_k = 2 \cdot k$, $k = 1, 2, 3 \ldots$
Усі непарні числа c_k можна одержати за допомогою формули:
(2) $c_k = 2 \cdot k - 1$, $k = 1, 2, 3 \ldots$

Зауваження. Якщо у формулах (1) або (2) підставити будь-яке натуральне число k, то по формулі (1) завжди буде виходити парне число, а по формулі (2) буде виходити непарне число. Наприклад, $k = 12$, тоді по формулі (1): $b_{12} = 2 \cdot 12 = 24$ - парне число; по формулі (2): $C_{12} = 2 \cdot 12 - 1 = 23$ - непарне число.

Приклад 2. Чому число 137 непарне?
Відповідь. Число 137 непарне тому, що число 137 ділиться на два з остачею (остання цифра 7 ділиться на два з остачею).

Ознака ділення натурального числа на число три без остачі
Натуральне число $C = a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0$ ділиться на 3 без остачі, якщо сума всіх цифра цього числа:
$$a_n + a_{n-1} + \ldots + a_2 + a_1 + a_0$$
ділиться на 3 без остачі

Приклад 3. Знайдіть суму цифр числа 84325.
Відповідь. Сума цифр числа 84325 - це: 8+4+3+2+5=22.

Приклад 4. Число 100002 ділиться на три з остачею або без остачі?
Відповідь. Сума цифр числа 100005 - це: 1+0+0+0+0+5=6. Число 6 ділиться на 3 без остачі, тому число 100005 ділиться на три без остачі.

Ознака ділення натурального числа на число п'ять без остачі

Натуральне число $C = a_n a_{n-1} ... a_2 a_1 a_0$ ділиться на число 5 без остачі, якщо остання цифра цього числа: a_0, є цифрою 5 або 0.

Приклад 5. Число 1870 ділиться на п'ять із остачею або без остачі?
Відповідь. Остання цифра 0, тому число 1870 ділиться на п'ять без остачі.

Визначення 1. **Просте число**

Натуральне число $C = a_n a_{n-1} ... a_2 a_1 a_0$, яке ділиться без остачі тільки на 1 і на число C, а на всі інші натуральні числа ділиться з остачею, називається *простим числом*.

Зауваження

1. Прикладами простих чисел є числа:

   1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23,…
2. Якщо натуральне число не є простим, то воно називається *складеним* числом.

Приклад 4. Чому число 17 просте?
Відповідь. Число 17 просте тому, що це число ділиться без остачі тільки на 1 і 17. На числа 2, 3, 4, …, 15, 16 число 17 ділиться з остачею.

Контрольні завдання й питання

1. Знайдіть остачу, якщо число 735 розділити на 12.
2. Чому число 37 непарне?

   Відповідь: «Число 37 не парне тому, що …»
3. Чому число 508 парне?

   Відповідь: «Число 508 парне тому, що …»
4. Чому число 70032 ділиться на три без остачі?

   Відповідь: «Число 70032 ділиться на 3, тому, що …»
5. Напишіть усі парні числа більше 17 і менше 25
6. Напишіть парне число, у якім вісім сотень п'яти десятків і вісім одиниць.
7. Чому число 23 просте?

   Відповідь: «Число 23 просте, тому, що …»
8. Чому число 28 складене?

   Відповідь: «Число 28 складене, тому, що …»
9. Напишіть правильне продовження твердження

   Варіанти відповідей:

   А) Число 19320 ділиться **тільки** на 5, тому, що …

   Б) Число 19320 ділиться **тільки** на 2 і 5, тому, що …

В) Число 19320 ділиться на 2, 3 і 5, тому, що …

10. Напишіть правильне продовження твердження:

Варіанти відповідей:

А) Число 19 просте, тому, що …

В) Число 19 складене, тому, що …

С) Число 19 не складене й не простої, тільки натуральне тому, що…

11. Напишіть правильне продовження твердження:

Варіанти відповідей:

А) Число 193 просте, тому, що …

В) Число 193складене, тому, що …

С)Число 193 не складене й не просте, тільки натуральне тому, що…

12. Напишіть правильну відповідь до кінця:

Варіанти відповідей:

А) Число 358 - це парне тому, що …

Б) Число 358 - це непарне тому, що …

В) Число 358 - це парне й не непарне число тому, що …

13. Напишіть правильну відповідь до кінця:

Варіанти відповідей:

А) Число 11 просте, тому, що …

В) Число 11 складене, тому, що …

С) Число 11 не складене й не просте, **тільки** натуральне тому, що …

14. Напишіть правильну відповідь до кінця:

Варіанти відповідей:

А) Число 195 просте тому, що …

В) Число 195складене тому, що …

С)Число 195 не складене й не просте, **тільки** натуральне тому, що…

Слова до теми 1.3

знайдіть	остання
іноді	парне число
інші	просте число
може бути	складене число
непарне число	тому, що
ознака	чому

1.4 Найбільший загальний дільник. Найменше загальне кратне

Визначення 1. **Розкласти число на множники**

Якщо натуральне число написане як добуток декількох чисел, тоді це значить, що натуральне число *розклали на множники.*

Пояснення. Наприклад, якщо число 30 написати так: $30 = 2 \cdot 15$, те це значить, що число 30 розклали на множники 2 і 15.

Зауваження. Якщо натуральне число розклали на множники й усі множники - *прості числа,* то це значить, що натуральне число *розклали на прості множники.*

Приклад 1. Напишіть розкладання на прості множники числа 30.
Розв'язання. Число 30 ділиться на два без остачі (чому ?), тому можна написати так: 30=2·15. Число 15 ділиться на три без остачі, тому можна написати: 30=2·3·5. Усі множники це прості числа, тому це розкладання на прості множники.

Зауваження. Чому результат 30=2·15 неправильний? Тому, що число 15 непросте, а складене. Результат 30=2·15 – це розкладання на множники 2 і 15.

Теорема. Будь-яке натуральне число c можна записати як добуток простих чисел $a, b, d, \dots$:

$$C=a \cdot b \cdot d \cdot ... .$$

Зауваження

Для розкладання числа на прості множники треба використовувати правило або *алгоритм*. Алгоритм це правило, яке дає відповідь на запитання: «Що треба зробити, щоб розв'язати задачу?»

Алгоритм розкладання на множники складеного числа

Щоб розкласти число С на прості множники треба:

1. Перевірити, ділиться число С на число 2 без остачі (дивитеся ознаку подільності на 2). Якщо ділиться, тоді записати це число так:

$$C=2 \cdot A .$$

Якщо не ділиться на 2, тоді перевірити, ділиться число С на число 3 без остачі (дивитеся ознаку подільності на 3). Якщо ділиться, тоді записати це число так:

$$C=3 \cdot B .$$

2. Повторити все для числа А або В.

Приклад 2. Розкласти число 60 на прості множники.
Розв'язання.
60 = 2 · 30; 30 = 2 · 15 → 60 = 2 · 2 · 15;
15 = 3 · 5 → 60 = 2 · 2 · 3 · 5 **Відповідь**: 60 = 2 · 2 · 3 · 5.

Визначення 2. **Загальний дільник і найбільший загальний дільник (НЗД)**
Загальний дільник чисел А і В – це число D, на яке ділиться числа А і В без остачі (А : D) (В : D).
Найбільший загальний дільник (НЗД) – це найбільше число, на яке діляться числа А і В без остачі.

Зауваження.
Якщо число D – це НЗД для чисел А і В, то будемо записувати це так:
D = НЗД (А, В)

Приклад 3. Знайдіть НЗД (18, 20)
Розв'язання. Розкладемо кожне число на прості множники:
$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$; $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$.
НЗД (18, 20) = 6 – це найбільше число, на які діляться числа 12 і 18.

Визначення 3. **Загальне кратне й найменше загальне кратне (НЗК)**
Загальне кратне чисел А і В – це число К, яке ділиться на число А і В без остачі.
Найменше загальне кратне (НЗК) – це найменше число, яке ділиться на числа А і В без остачі.

Зауваження.
Якщо число К це НЗК для чисел А і В, то будемо записувати це так:
К=НЗК (А, В)
Приклад 3. Знайдіть НЗК (18, 12, 30).
Розв'язання. Розкладемо кожне число на прості множники:

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3;\ \ 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3;\ \ 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Додамо до першого добутку $2 \cdot 3 \cdot 3$ нові прості числа:

$$\text{НЗК}\ (18, 12, 30) = (2\cdot 3\cdot 3) \cdot (2) \cdot (5) = 180$$

Контрольні завдання й питання

1. Розкласти на два будь-які множника число 144.
2. Розкласти на прості множники число 144.
3. Розкласти на три будь-які множники число 180.
4. Розкласти на прості множники число 180.
5. Знайдіть:
6. НЗК (28, 12);
7. НЗК (12, 15);
8. НЗК (28, 12, 15).

Слова до теми 1.4

алгоритм	перевірити
загальний	пояснення
задача	правило
записати у вигляді	рішення
записати як	розкладання на
кратне число	саме маленьке
множники	складене число
найбільше	теорема
найменше	

1.5. Множина цілих чисел

Визначення 1. Протилежне число
1. Кожне натуральне число m має *протилежне* число.
2. Протилежне число для натурального числа m позначається $(-m)$.
3. Протилежне число для натурального числа називається *від'ємним* числом.

Зауваження
1. Натуральні числа - це *додатні числа.*
2. Натуральні числа й протилежні їм числа називаються цілими *числами.*

Визначення 2. Множина цілих чисел
Множина цілих чисел Z складається із усіх натуральних чисел, усіх протилежних їм чисел і нуля:

$$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, ...\}$$

Зауваження. Множина цілих чисел містить у собі множину натуральних чисел. Математично це записується так: $Z \subset N$. Знак $\subset$ називається *включенням.*

Приклад 1. Напишіть число, яке протилежно числу 1008.
Відповідь. (-1008)

Визначення 3. Числова вісь
Числова вісь це пряма лінія, у якої є:напрямок, початок, масштаб.

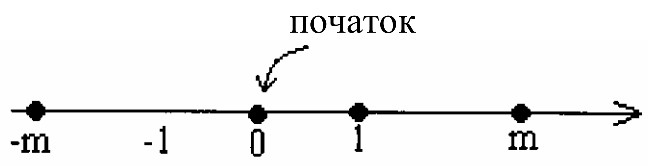

Рис. 1

Зауваження
1. Крапка на числовій осі показує число.
2. Позитивні числа знаходяться праворуч від початку, негативні – ліворуч.

Контрольні завдання й питання

1. Намалюйте на числовій осі число протилежне числу (-3).
2. Укажіть правильне твердження:
   - А) « Добуток протилежних чисел завжди дорівнює нулю»;
   - Б) « Добуток протилежних чисел завжди дорівнює одиниці»;
   - В) « Добуток протилежних чисел завжди негативне число»;
   - Г) « Добуток протилежних чисел завжди позитивне число».
3. Укажіть правильне твердження:
   - А) «Сума протилежних чисел **завжди** дорівнює нулю»;
   - Б) «Сума протилежних чисел **завжди** дорівнює одиниці»;
   - В) «Сума протилежних чисел може бути будь-яким числом»;
   - Г) «Сума протилежних чисел **завжди** рівна натуральному числу».

Слова до теми 1.5

вісь	на осі
включення	напрямок
довжина	негативне
завжди	позитивне
знаходитися	позначати
інтерпретація	позначається
крапка	праворуч
лінія	протилежне
ліворуч	початок
масштаб	пряма лінія
містити у собі	ціле

2. Множина дійсних чисел

1.2. Звичайні дроби

Визначення 1. Звичайний дріб

Звичайний дріб – це число, яке записується у вигляді відношення $\frac{a}{b}$. Число $a \in Z$ (множина цілих чисел) – це *чисельник* дробу, число $b \in N$ (множина натуральних чисел) – це *знаменник* дробу.

Зауваження

1. Цілі числа можна розглядати як звичайні дроби зі знаменником рівним одиниці. Наприклад, ціле число 33 можна написати як $\frac{33}{1}$.
2. Якщо чисельник дробу $\frac{a}{b}$ більше знаменника (a > b), то дріб називається *неправильним*. Наприклад, дріб $\frac{7}{5}$ (сім п'ятих) – неправильний, тому що чисельник 7 більше знаменника 5: $7 > 5$.
3. Якщо чисельник дробу $\frac{a}{b}$ менше знаменника ($a < b$), то дріб називається *правильним*.
4. Неправильний дріб $\frac{a}{b}$ можна написати у вигляді суми:

$$\frac{a}{b} = c + \frac{m}{b}, \tag{1}$$

де $c \in Z$ - *ціла частина* дробу $\frac{a}{b}$; $\frac{m}{b}$ - правильний дріб (m < b) і число m - це остача від ділення чисельника a на знаменник b.

4. Формулу (1) можна записати так:

$$\frac{a}{b} = c + \frac{m}{b} = c\frac{m}{b}. \tag{2}$$

Дріб виду $c\frac{m}{b}$ називається *змішаним дробом*.

Приклад 1. Напишіть неправильний дріб $\frac{17}{4}$ у вигляді змішаного дробу.

Розв'язання. Розділимо $17:4$. Ціла частина рівна 4, остача – 1. Напишемо результат: $17:4 = 4 + \frac{1}{4} = 4\frac{1}{4}$

Визначення 2. Множина раціональних чисел
Елементами *множини раціональних чисел* Q є всі звичайні дроби.

Зауваження. Множина цілих числа - це частина множини раціональних чисел або *підмножина* множини раціональних чисел. Записується це так: $Z \subset Q$. Знак $\subset$ називається *включення*.

Визначення 3. Основна властивість дробу
Чисельник і знаменник дробу можна помножити або розділити на одне число, не рівне нулю:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a:\tilde{n}}{b:\tilde{n}}, \quad \tilde{n} \neq 0. \tag{3}$$

Зауваження

1. *Скоротити дріб* - це значить чисельник і знаменник дробу розділити на одне число.
2. Дріб скорочують, якщо чисельник і знаменник має загальний цілий множник. Наприклад, якщо в дробу $\frac{6}{8}$ чисельник і знаменник розкласти на множники: $6 = 2 \cdot 3$;$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$, то видно, що загальний множник - це 2. Тому дріб $\frac{6}{8}$ можна скоротити на 2: $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

Приклад 2. Скоротіть дріб $\frac{15}{25}$ на 5.

Розв'язання. Розділимо чисельник і знаменник дробу на 5:

$$\frac{15}{25} = \frac{15:5}{25:5} = \frac{3}{5}.$$

Визначення 4. Зворотний дріб
Якщо чисельник і знаменник дробу $\frac{a}{b}$ поміняти місцями: $\frac{b}{a}$, то дріб $\frac{b}{a}$ називається *зворотної* для дробу $\frac{a}{b}$.

Зауваження. Якщо число а написати як дріб: $\frac{a}{1}$, то число зворотне для числа а - це $\frac{1}{a}$.

Приклад 3. Напишіть дріб зворотний для дробу $\frac{5}{2}$. **Відповідь:** $\frac{2}{5}$

Контрольні завдання й питання

1.Знайдіть цілу частина дроби:

А) $\frac{17}{5}$; Б) $\frac{175}{12}$; В) $\frac{7}{15}$; Г) $-\frac{37}{12}$.

2. Напишіть неправильний дріб як змішаний дріб:

А) $\frac{57}{15}$; Б) $\frac{275}{121}$; В) $\frac{107}{15}$; Г) $-\frac{317}{12}$.

3. Напишіть змішаний дріб як неправильний дріб:

А) $2\frac{7}{15}$; Б) $3\frac{75}{121}$; В) $1\frac{17}{25}$; Г) $-4\frac{1}{12}$.

4. Скоротіть дріб на ціле число:

А) $\frac{50}{15}$; Б) $\frac{278}{111}$; В) $\frac{108}{15}$; Г) $-\frac{327}{12}$.

Слова до теми 2.1

звичайний дріб	неправильний дріб
видно	основне
включення	правильний дріб
властивість	раціональне число
дріб	скоротити дріб
зворотний дріб	ціла частина
змішаний дріб	частина
знаменник дроби	чисельник дроби

2.2 Дії над звичайними дробами

Додавання й віднімання дробів

Приклад виконання дій додавання (віднімання) дробів:

$$\frac{5}{6}+\frac{2}{9}-\frac{1}{4}.$$

Результатом виконання дій є дріб $\frac{m}{n}$:

$$\frac{5}{6}+\frac{2}{9}-\frac{1}{4}=\frac{m}{n}$$

Щоб знайти чисельник m і знаменник n *невідомого* дробу $\frac{m}{n}$ треба:

1. знайти найменше загальне кратне знаменників усіх дробів:

   $$n=\text{Í ÇÊ}(6,9,4)=36$$

   - це число називається *найменшим спільним знаменником*;
2. розділити найменший спільний знаменник n на знаменник кожного дробу:

   $$36:6=6,\quad 36:9=4,\quad 36:4=9;$$

   - ці три числа називаються *додатковими множниками*;
3. записати додаткові множники для кожного дробу:

   $$\frac{5^{(6}}{6}+\frac{2^{(4}}{9}-\frac{1^{(9}}{4}$$

   і обчислити чисельник m:

   $$m=5\cdot 6+2\cdot 4-1\cdot 9=29;$$
4. записати результат:

   $$\frac{5}{6}+\frac{2}{9}-\frac{1}{4}=\frac{29}{36}.$$

Приклад 1. Виконайте дії: $\frac{5}{12}+\frac{7}{18}-\frac{1}{5}$.

Розв'язання.

$$\frac{5}{12}+\frac{7}{18}-\frac{1}{5}=\left[\text{Í ÇÊ}(12,18,5)=180\right]=\frac{5^{(15}}{12}+\frac{7^{(10}}{18}-\frac{1^{(36}}{5}=\frac{5\cdot 15+7\cdot 10-1\cdot 36}{180}=\frac{109}{180}.$$

Множення дробів

Правило множення дробів

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{m}{n}=\frac{a\cdot m}{b\cdot n}. \qquad (1)$$

Щоб помножити дріб $\frac{a}{b}$ на дріб $\frac{m}{n}$ треба помножити їхні чисельники й знаменники.

Приклад 2. Виконайте дії: $\frac{5}{12}\cdot\frac{7}{8}$.

Розв'язання. $\frac{5}{12}\cdot\frac{7}{8}=\frac{5\cdot 7}{12\cdot 8}=\frac{35}{96}$

Ділення дробів

Правило ділення дробів

$$\frac{a}{b}:\frac{m}{n}=\frac{a}{b}:\frac{n}{m}=\frac{a\cdot n}{b\cdot m}. \qquad (2)$$

Щоб розділити дріб $\frac{a}{b}$ на дріб $\frac{m}{n}$ треба перший дріб помножити на дріб зворотний другому дробу.

Приклад 3. Виконайте дії: $\frac{5}{12}:\frac{7}{8}$.

Розв'язання. $\frac{5}{12}:\frac{7}{8}=\frac{5}{12}\cdot\frac{8}{7}=\frac{5\cdot 8}{12\cdot 7}=\frac{40}{84}$

Контрольні завдання й питання

1.Виконаєте дії:

А) $\frac{17}{5}-\frac{1}{15}+\frac{2}{9}-\frac{27}{4}$; Б) $\frac{5}{12}+\frac{5}{18}-1$; В) $\frac{7}{25}+\frac{2}{15}+\frac{1}{10}$;

Г) $-2\frac{7}{12}+3\frac{1}{8}$; Д) $-2+\frac{3}{50}-1\frac{7}{20}$.

2. Обчисліть:

А) $\frac{17}{5}:\frac{1}{15}+\frac{2}{9}$; Б) $\frac{1}{2}+\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{15}-1$; В) $\frac{7}{25}:\frac{14}{15}\cdot\frac{1}{8}$.

3. Знайдіть цілу частину дробу:

А) $\frac{17}{5}:\left(\frac{1}{15}+\frac{2}{9}\right)\cdot 3$; Б) $\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{12}\right)\cdot\frac{4}{15}-\left(1-\frac{3}{5}\right)$.

Слова до теми 2.2

виконати	найменший спільний знаменник
додаткові множники	невідомий
записати	обчислити
кожний	усіх

2.3 Десяткові дроби

Визначення 1. Десятковий дріб
Десятковий дріб - це позитивне або негативне число:

$$\pm a_m a_{m-1} \ldots a_1 a_0 , a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n} \ldots , \qquad (1)$$

у якім знаки a_i - це цифри: $a_i \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

Зауваження

1. Цифри до коми: $a_m a_{m-1} \ldots a_1 a_0$ - це *ціла частина* десяткового дробу.
2. Цифри після коми: $a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n}$ - це *дробова частина* десяткового дробу. Наприклад, у десятковому дробі 237,67 ціла частина - це 237, а дробова частина - це 67.
3. Цифра a_{-1} називається *десятою частиною числа* (читається - десята); цифра a_{-2} називається *сотою частиною числа* (читається – сота); цифра a_{-3} називається *тисячною частиною числа* (читається – тисячна). Наприклад, десятковий дріб 237,671 читається так: двісті тридцять сім цілих і 671 *тисячна*; десятковий дріб 237,67 читається так: двісті тридцять сім цілих і 67 *сотих*; десятковий дріб 237,6 читається так: двісті тридцять сім цілих і 6 *десятих*.

Визначення 2. Кінцевий десятковий дріб
Якщо *дробова частина десяткового дробу містить кінцеву кількість цифр*:

$$\pm a_m a_{m-1} \ldots a_1 a_0 , a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n} , \qquad (2)$$

то десятковий дріб називається *кінцевим*.

Зауваження.

1. Якщо *дробова частина десяткового дробу дорівнює нулю* (усі цифри $a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n}$ дорівнюють нулю), то десятковий дріб є цілим числом.
2. Кінцевий десятковий дріб завжди можна записати у вигляді звичайного дробу:

$$\pm a_m a_{m-1} \ldots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n} = \frac{m}{n}. \qquad (3)$$

Тому, кінцевий десятковий дріб є *раціональним числом*. Наприклад, десятковий дріб 1,25 - це раціональне число, тому що $1,25 = \frac{5}{4}$.

Приклад 1. Напишіть звичайний дріб $\frac{60}{240}$ у вигляді десяткового дробу.

Відповідь: 0,25

Визначення 3. Нескінченний десятковий дріб

Якщо *дробова частина десяткового дробу містить нескінченна кількість цифр*:

$$\pm a_m a_{m-1} \ldots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n} \ldots, \qquad (4)$$

то десятковий дріб називається *нескінченним.*

Зауваження.

1. Три крапки у формулі (4) – символ нескінченного дробу. Наприклад, десятковий дріб 137,25 - це кінцевий дріб, а десятковий дріб 137,25… - це нескінченний дріб.
2. Нескінченний десятковий дріб не можна записати як звичайний дріб:
$$a_m a_{m-1} \ldots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n} \ldots \neq \frac{m}{n}. \qquad (5)$$
3. Якщо в *дробовій частині десяткового дробу група цифр повторюється* (наприклад, у дробі 1,252525… цифри 25 повторюються), то цей дріб називається *періодичним*. Наприклад, дріб 1,252525… - це періодичний дріб. Періодичний дріб - це завжди нескінченний дріб. Цифри, які повторюються, називаються *періодом дробу*. Наприклад, у дробі 1,252525… період дроби - це 25. Записується це так: 1,252525… = 1,(25).

Приклад 2. Напишіть звичайний дріб $\frac{5}{15}$ у вигляді десяткового дробу.

Відповідь: 0,(3)

Визначення 2. Множина дійсних чисел

Множина, яка складається із усіх десяткових дробів, називається *множиною дійсних чисел*.

Зауваження

1. Множиною дійсних чисел позначається буквою R . Якщо число a - дійсне, то пишуть: $a \in R$.

2. Множини натуральних чисел, цілих чисел і раціональних чисел є підмножинами множини дійсних чисел:

$$N \subset Z \subset Q \subset R\,.$$

Контрольні завдання й питання

1. Напишіть десятковий дріб:
   - A) одна тисяча триста п'ять цілих і 27 сотих;
   - B) сто дев'ять цілих і три соті;
   - C) вісімсот одна ціла й вісім тисячних;
   - D) три цілі й двадцять дві десяті.
2. Напишіть дріб, у якого ціла частина дорівнює нулю, а дробова рівна семи тисячним.
3. Напишіть дріб, у якого ціла частина дорівнює нулю, а дробова рівна семи сотим.
4. Напишіть дріб, у якого ціла частина дорівнює нулю, а дробова рівна семи десятим.
5. Напишіть десятковий дріб, у якого дробова частина 37, а ціла частина 875.
6. Напишіть період дробу: 800,12727272… .
7. Обчисліть суму дробів: дві цілі, три соті і вісім цілих, три тисячні. Прочитайте цей дріб.
8. Обчисліть добуток дробів: три цілі, п'ять сотих і дві цілі, три десяті. Прочитайте цей дріб.
9. Які десяткові дроби ви знаєте?

Слова до теми 2.3

кінцеве	період
група	періодична
десяті	підмножина
до	після
дробова частина	повторювати
знати	раціональний
кількість	соті
кома	тисячні
нескінченне	ціла частина дробу

2.4. Дії над дійсними числами: піднесення до степеня, добування кореня

Над дійсними числами можна виконувати дії. Наприклад, множення, додавання й інші Результатом цих дій є нові дійсні числа. У таблиці 1 перераховані всі дії (операції), які вивчаються в елементарній математиці.

Таблиця 1

№	Назва операції над числом x	Символічне позначення операції
Основні операції		
1	**Сума** числа x із числом a	« $x+a$ »
2	**Множення** числа x на число a	« $x \cdot a$ »
3	**Піднесення** числа x **до степеня** b	$\exp_x b$ або x^b
4	**Потенціювання** числа x по основі b	$\exp_b x$ або b^x
5	**Синус** числа x	« $\sin x$ »
6	**Косинус** числа x	« $\cos x$ »
7	**Тангенс** числа x	« $\operatorname{tg} x$ »
8	**Котангенс** числа x	« $\operatorname{ctg} x$ »
Зворотні операції		
1*	**Вирахування** із числа a із числа x	« $x-a$ »
2*	**Ділення** числа x на число a	« $x:a$ »
3*	**Добування кореня** n – ой степені із числа x	« $\sqrt[n]{x}$ »
4*	**Логарифмування** числа x по основі b	« $\log_b x$ »
5*	**Арксинус** числа x	« $\arcsin x$ »
6*	**Арккосинус** числа x	« $\arccos x$ »
7*	**Арктангенс** числа x	« $\operatorname{arctg} x$ »
8*	**Арккотангенс** числа x	« $\operatorname{arcctg} x$ »

Кожна математична дія має свої властивості. Наприклад, дія додавання має властивість: $a+b=b+a$;. дія множення має властивість: $a\cdot b=b\cdot a$. Розглянемо властивості двох операцій: піднесення до степеня, добування кореня.

Піднесення до степеня

Якщо над числом $x\in R$ виконати дія піднесення до степеня b (b - це дійсне число, $b\in R$), то записується це так (дивися таблицю 1, №3): $\exp_x b$ або x^b. Результатом є нове число $c\in R$: $x^b{=}c$. Читаємо: «x у степені b рівно c»

Визначення 1. Основа степеня, показник ступеня
Якщо $x^b{=}c$, то число x називається *основою степеня*, число b *показником степеня*; результат – число c, називається *степенем*.

Зауваження

1. Якщо показник степеня 2, то пишемо x^2, читаємо: «x у другому степені», або «x у квадраті», або «квадрат x».
2. Якщо показник степеня 3, то пишемо x^3, читаємо: «x у третьому степені», або «x у кубі», або «куб x».
3. Якщо показник степеня 4, то пишемо x^4, читаємо: «x у четвертому степені», або «x у ступені чотири».
4. Будь-яке число $x\neq 0$ в нульовому степені рівно 1:
$$\boxed{x^0=1,\ x\neq 0}.$$
Наприклад, $(3{,}14)^0=1$ або $2^0=1$.
5. Будь-яке число $x\neq 0$ в першому степені дорівнює цьому числу:
$$\boxed{x^1=x}.$$
Наприклад, $(3{,}14)^1=3{,}14$ або $2^1=2$.
6. Якщо $x^b{=}c$ й показник степеня b - це натуральне число ($b\in N$), то результат c можна обчислити за правилом:
$$\boxed{c=x^b=\underbrace{x\cdot x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}_{b}}.$$
Наприклад, $1{,}5^3=1{,}5\cdot 1{,}5\cdot 1{,}5=3{,}375$.
7. Можна змінити знак показника степеня за правилом:
$$\boxed{x^b=\frac{1}{x^{-b}}}.$$
Наприклад, $a^5=\dfrac{1}{a^{-5}}$ або $x^{-3}=\dfrac{1}{x^3}$

8. Якщо $x^b=c$ й показник степеня звичайний дріб: $b=\frac{m}{n}$, тоді для позначення дії піднесення до степеня використовується наступне позначення:

$$\boxed{x^b = x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}}.$$

Наприклад, $25^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{25^2}$

Властивості операції піднесення до степеня

1. Якщо степені x^a й x^b мають однакові основи, то:

$$\boxed{x^a \cdot x^b = x^{a+b}}.$$

Наприклад, $3^4 \cdot 3^{-2} = 3^{4+(-2)} = 3^2 = 9$.

2. Якщо степені x^a й x^b мають однакові основи, то:

$$\boxed{x^a : x^b = \frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}}.$$

Наприклад, $5^6 : 5^4 = 5^{6-4} = 5^2 = 25$

3. Якщо степінь $c = x^b$ треба піднести до степеня: $c^a = \left(x^b\right)^a$, то:

$$\boxed{\left(x^b\right)^a = x^{b \cdot a}}.$$

Наприклад, $\left(3^2\right)^3 = 3^{2\cdot 3} = 3^6 = 729$

4. Якщо степені x^a й x^b мають однакові показники степеня, то:

$$\boxed{x^a \cdot y^a = (x \cdot y)^a}$$

Наприклад, $3^2 \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^2 = 15^2 = 225$

5. Якщо степені x^a й x^b мають однакові показники степеня, то:

$$\boxed{x^a : y^a = \frac{x^a}{y^b} = \left(\frac{x}{y}\right)^a}$$

Наприклад, $4^3 : 5^3 = \frac{4^3}{5^3} = \left(\frac{4}{5}\right)^3$.

Добування кореня

Якщо над числом $x \in R$ виконати дія добування кореня степеня n (n - це натуральне число $n \in N$), те записується це так (дивися таблицю 1, №3*): $\sqrt[n]{x}$. Результатом є нове число $c \in R$: $\sqrt[n]{x} = c$. Читаємо: «корінь степеня n із числа x дорівнює c ».

Визначення 2. Підкореневий вираз, показник кореня

Якщо $\sqrt[n]{x} = c$, то x називається *підкореневим виразом*, число n - *показником кореня*; результат – число с, називається *коренем або радикалом*.

Зауваження

1. Якщо показник кореня 2, то пишемо $\sqrt{x}$, читаємо: «корінь квадратний з числа х».
2. Якщо показник степеня 3, то пишемо $\sqrt[3]{x}$, читаємо: «корінь кубічний з числа х».
3. Якщо показник степеня 4, то пишемо $\sqrt[4]{x}$, читаємо: «корінь у четвертому степені з числа х».
4. Якщо число с - це результат дії добування кореня $\sqrt[n]{x} = c$, то:

$$\boxed{\sqrt[n]{x} = c \quad \Rightarrow \quad c^n = x}.$$

Наприклад, $\sqrt[3]{64} = 4$, тому що $4^3=64$.

5. Якщо показник кореня n - це парне число, то дія добування кореня $\sqrt[n]{x}$ можна виконати тільки за умови:

$$\boxed{x \geq 0}.$$

Якщо n - непарне, то підкореневий вираз х може бути будь-яким дійсним числом.

Наприклад, якщо $\sqrt{-81}$, то цю дію виконати неможливо.

Відповідь 9 або (-9) – неправильний, тому що $(\pm 9)^2 = +81$. Якщо $\sqrt[3]{-64}$, те відповідь (-4), тому що $(-4)^3 = -64$.

Визначення 3. Арифметичний корінь

Якщо $\sqrt[n]{x} = c$, то число $c \geq 0$ називається *арифметичним коренем*.

Зауваження. Дія добування кореня $\sqrt[n]{x}$ з парним показником кореня n має два результати: $\sqrt[n]{x} = +c$ і $\sqrt[n]{x} = -c$. Наприклад, $\sqrt{4} = 2$ і $\sqrt{4} = -2$, тому, що $(\pm 2)^2 = 4$.

Властивості операції добування кореня

1. Якщо показники кореня однакові, то:

$$\boxed{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}} \quad \text{і} \quad \boxed{\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}}$$

Наприклад, $\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{9}=\sqrt[3]{3\cdot 9}=\sqrt[3]{27}=3$.

2. Якщо корінь підноситься до степеня, то:

$$\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}}$$

Наприклад, $\left(\sqrt[4]{4}\right)^2=\sqrt[4]{4^2}=\sqrt[4]{16}=2$.

3. Якщо корінь добувається з кореня, то:

$$\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a}}$$

Наприклад, $\boxed{\sqrt[2]{\sqrt[3]{729}}=\sqrt[6]{729}=3}$

Контрольні завдання й питання

1. Обчисліть:

А) $\left(\frac{1}{14}\right)^{-1}$; Б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{0}$; В) $3^2\cdot 9^{-1}$; Г) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-2}\cdot\left(\left(-2\right)^{-3}\right)^{-1}$;

Д) $\left(-0,7\right)^0\cdot\left(\left(\frac{1}{2}\right)\right)^{-0,25}\cdot\left(\frac{1}{36}\right)^{-0,5}\cdot\left(0,1\right)^{-2}$.

2. Спростіть:

А) $\sqrt[4]{16^{-2}}\cdot\sqrt[3]{0,125^3}$; Б) $\dfrac{8^{0,5}\cdot\sqrt[3]{9}}{3^{\frac{5}{3}}\cdot\sqrt{2}}$.

Слова до теми 2.4

виконати	логарифм
арккосинус	назва
арккотангенс	операція
арксинус	піднесення до степеня
арктангенс	підстава
властивості	позначити
дія	символ
добування кореня	синус
корінь	степінь
косинус	степінь кореня
котангенс	тангенс

3. Відношення, пропорції й відсотки

3.1 Відношення

Визначення 1. Відношення двох чисел
Відношенням двох чисел a і b називається звичайний дріб, який записується у вигляді: $\frac{a}{b}$. Числа a й b називаються *членами відношення*.

Зауваження

1. Величина $\frac{a}{b}$ це:
   - відношення двох чисел a і b;
   - відношення числа a до числа b;
   - ділення числа a на число b;
   - звичайний дріб.
2. Якщо виконати дію ділення $\frac{a}{b}=c$, то число c називається результатом відношення чисел a і b. Наприклад, $\frac{27}{9}$ - це відношення числа 27 до числа 9; $\frac{27}{9}=3$ - відношення числа 27 до числа 9 рівно 3.
3. Якщо $\frac{a}{b}=c$, то:

$$\boxed{\frac{a}{b} \Rightarrow a=b\cdot c} \tag{1}$$

Якщо c > 1, то це значить, що *число* a *більше числа* b ***в*** c *раз.*
Якщо $a=b+c$, то це значить, що *число* a *більше числа* b ***на*** c.
Якщо c < 1, то це значить, що *число* a *менше числа* b ***в*** c *раз.*
Якщо a = b – c , то це значить, що *число* a *менше числа* b ***на*** c.

4. Якщо $\frac{a}{b}=c$, то:

$$\boxed{\frac{a}{b}=c \quad \Rightarrow \quad b=a:c} \tag{2}$$

Приклад 1. Знайдіть відношення числа 7 до числа 2.

Розв'язання. Відношення числа 7 до числа 2 це дріб $\frac{7}{2}$. Виконаємо дію ділення: $\frac{7}{2}=3,5$. Відношення числа 7 до числа 2 рівно 3,5.
Число 7 більше числа 2 в 3, 5 рази.

5. Якщо результат відношення відомий, а один із членів відношення невідомий, то його можна знайти за допомогою формул (1) або (2).

Приклад 2. Відношення числа 12 до невідомого числа x рівно 3. Знайдіть це число.

Розв'язання. За умовою задачі: $\frac{12}{x}=3$. Використовуємо формулу (2): $x=12:3=4$. Невідомий член відношення дорівнює 4.

Приклад 3. Відношення числа невідомого числа x до числа 5 рівно 0,25. Знайдіть це число.

Розв'язання. За умовою задачі: $\frac{x}{5}=0,25$. Використовуємо формулу (1): $x=0,25\cdot 5=1,25$. Невідомий член відношення дорівнює 1,25.

1. Число a збільшити на b 2. До числа a додати число b 3. Число a скласти із числом b	$a+b$
4. Число a збільшити в b раз 5. Число a помножити на числом b	$a\cdot b$
6. Число a зменшити на b 7. Від числа a відняти число b	a-b
8. Число a зменшити на b 9. Число a розділити із числом b	a:b

Контрольні завдання й питання

1. Знайдіть результат відношення числа a до числа b, якщо:

А) $a=5, b=25$; А) $a=121, b=11$; А) $a=625, b=25$.

2. Результат відношення числа a до числа b дорівнює c. Знайдіть член відношення a, якщо:

А) $c=5, b=25$; А) $c=12, b=7$; А) $c=3, b=25$.

3. Результат відношення числа a до числа b дорівнює c. Знайдіть член відношення b, якщо:

А) $c=5, a=125$; А) $c=12, a=1440$; А) $c=3, a=252$.

Слова до теми 3.1

відношення	значить
використову вати	невідомий
дорівнює	умова задачі
збільшити	формула
зменшити	член відношення

3.2 Пропорції

Визначення 1. Пропорція
Пропорція – ця рівність двох відношень:

$$a:b=c:d \text{ або } \frac{a}{b}=\frac{c}{d}.$$

Зауваження

1. Якщо $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, то читаємо: «a відноситься до b як c відноситься до d»
2. Величини (числа) a,b,c,d - це *члени пропорції*.
3. a і d називаються *крайні члени пропорції*; b і c називаються *середні члени пропорції*.

Визначення 2. Основна властивість пропорції
Добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку середніх членів пропорції:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad a\cdot d=b\cdot c. \tag{1}$$

Зауваження

1. Якщо один зі членів пропорції – невідомий, то формула (1) допомагає знайти його. Наприклад, у пропорції $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$:

- a - невідомий член пропорції, тоді

$$(1) \quad \Rightarrow \quad a=\frac{b\cdot c}{d}; \tag{2}$$

- b - невідомий член пропорції, тоді

$$(1) \quad \Rightarrow \quad b=\frac{a\cdot d}{c}; \tag{3}$$

- c - невідомий член пропорції, тоді

$$(1) \quad \Rightarrow \quad c = \frac{a \cdot d}{b}; \qquad (4)$$

- d - невідомий член пропорції, тоді

$$(1) \quad \Rightarrow \quad d = \frac{b \cdot c}{a}. \qquad (5)$$

2. *Розв'язати пропорцію* – значить знайти невідомий член пропорції.

Приклад 1. Знайдіть невідомий член пропорції $\frac{x}{5} = \frac{3}{2}$.

Розв'язання. Застосуємо формулу (2): $\frac{x}{5} = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$.

Приклад 2. Знайдіть невідомий член пропорції $\frac{0,1}{x} = \frac{5}{105}$.

Розв'язання. Застосуємо формулу (3):

$$\frac{0,1}{x} = \frac{5}{105} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{0,1 \cdot 105}{5} = \frac{10,5}{5} = 2,1.$$

Приклад 3. Знайдіть невідомий член пропорції $\frac{2,1}{4} = \frac{6,3}{x}$.

Розв'язання. Застосуємо формулу (5):

$$\frac{2,1}{4} = \frac{6,3}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4 \cdot 6,3}{2,1} = \frac{25,2}{2,1} = 12.$$

Приклад 4. Знайдіть невідомий член пропорції $\frac{0,5}{8} = \frac{x}{6,4}$.

Розв'язання. Застосуємо формулу (4):

$$\frac{0,5}{8} = \frac{x}{6,4} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{0,5 \cdot 6,4}{8} = \frac{32}{8} = 0,4.$$

Контрольні завдання й питання

1. Знайдіть невідомий член пропорції:

   А) $\frac{3x}{8} = \frac{27}{2}$; Б) $\frac{45}{9} = \frac{25}{2x+1}$; В) $\frac{7}{5x-2} = \frac{14}{52}$.

2. Розв'яжіть пропорцію:

   А) $\frac{31}{10} : \frac{93}{10} = x : \frac{7}{9}$; Б) $\frac{180}{8x} = \frac{75}{30}$;

В) $\dfrac{16\cdot 21,25}{23-x}=\dfrac{17}{6}$; З) $\dfrac{\left(6-\dfrac{9}{2}\right):0,003}{\left(\dfrac{61}{20}-2,65\right)\cdot 4:\dfrac{1}{5}}=\dfrac{x}{2}$.

Слова до теми 3.2

властивість	пропорція
застосуємо	розв'язати пропорцію
крайні члени пропорції	середні члени пропорції
основне	члени пропорції

3.3 Відсотки

Визначення 1. Відсоток

Один відсоток (1%) - це одна сота $\left(\dfrac{1}{100}\right)$ частина числа.

Зауваження

1. Якщо A - це число, а B - це частина цього числа, то «виміряти» цю частину можна за допомогою відношення: $\dfrac{B}{A}$.
2. Якщо $p=\dfrac{B}{A}<1$, то число B менше числа A (див. рис. 1). Наприклад, якщо $p=\dfrac{1}{2}$, то число B менше числа A у два рази, або число B - це *половина* числа A; якщо $p=\dfrac{1}{3}$, то число B менше числа A в три рази, або число B - це *третина* числа A; якщо $p=\dfrac{1}{4}$, то число B менше числа A в чотири рази, або число B - це *чверть* числа A.
3. Зручно записувати це відношення у вигляді процентного відношення: $\dfrac{B}{A}\cdot 100\%$. Наприклад, якщо число B - це *половина* числа A, то число B становить $\dfrac{1}{2}\cdot 100\%=50\%$ (п'ятдесят відсотків) від числа A (див. таблицю 1).

Таблиця 1

10% від числа – це $\frac{1}{10}$ частина числа
20% від числа – це $\frac{1}{5}$ частина числа
25% від числа – це $\frac{1}{4}$ частина числа
50% від числа – це $\frac{1}{2}$ частина числа
75% від числа – це $\frac{3}{4}$ частина числа

4. Якщо $p = \frac{B}{A} > 1$, то число B більше числа A (див. рис. 2). Наприклад, якщо відношення $p = 2$, то число B більше числа A у два рази, або процентне відношення рівне $2 \cdot 100\% = 200\%$.

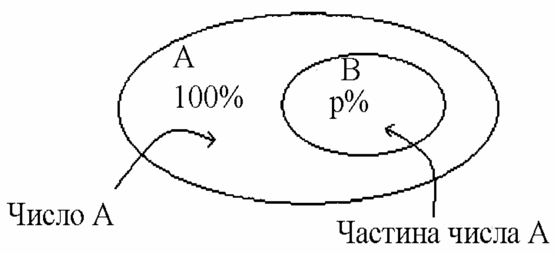

Рис. 1

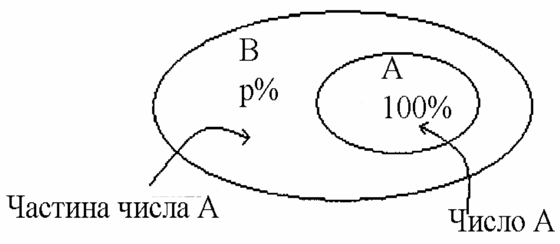

Рис. 2

Основні типи задач на відсотки

Існує три типи задач на відсотки. Далі будемо використовувати наступні позначення: A - число, B - частина числа, p% - процентне відношення числа A до числа A.

Задача першого типу: задані числа A й B, знайти p.

Знаходження процентного відношення двох чисел.

Приклад 1. Знайдіть процентне відношення чисел 36 і 90 (або «Скільки відсотків становить число 36 від числа 90 ?»).

Розв'язання. Відношення чисел рівно $\frac{36}{90} = 0,4$, процентне відношення:

$$\frac{36}{90} \cdot 100\% = 40\%$$

Приклад 2. Знайдіть процентне відношення чисел 90 і 36 (або «Скільки відсотків становить число 90 від числа 36 ?»).

Розв'язання. Відношення чисел рівно $\frac{90}{36} = 2,5$, процентне відношення:

$$\frac{90}{36} \cdot 100\% = 250\%$$

Задача другого типу: задані B й p, знайти A.
Знаходження числа, якщо відома частина числа і його відсоток від невідомого числа.

Приклад 3. Знайдіть число, якщо його 24% рівні 0,06
Розв'язання. Число 0,06 - це 24%, а невідоме число x - це 100%. Складемо пропорцію: $\frac{0,06}{24} = \frac{x}{100}$. Знайдемо невідомий член пропорції (дивись розділ 3.2, формула (4)): $x = \frac{0,06 \cdot 100}{24} = 0,25$

Задача третього типу: задані A й p, знайти B.
Знаходження частини числа, якщо відомий його відсоток від числа.

Приклад 4. Знайдіть число, якщо його процентне відношення до числа 40 становить 70% .
Розв'язання. Невідоме число x - це 70%, а число 40 - це 100%. Складемо пропорцію: $\frac{x}{70} = \frac{40}{100}$. Знайдемо невідомий член пропорції (дивись розділ 3.2, формула (2)): $x = \frac{40 \cdot 70}{100} = 28$.

Контрольні завдання й питання

1. Знайдіть:
А) 3% від числа 165; Б) 15% від числа 105; В) 3,2% від числа 16.
2. Знайдіть число, якщо
А) 45% його рівні 200; Б) 140% його рівні 182; В) 0,17% його рівні 0,51.
3. Знайдіть процентне відношення чисел:
А) 2,5 до 50; Б) 0,75 до 1,2 ; В) 325 до 18.

Слова до теми 3.2

відсоток	скласти
виміряти	становить
далі, далі	тип, вид
допомога	типи задач
позначення	третина
половина	частина числа
процентне відношення	чверть

Додаток 1.

Числа, дроби, дії над числами

Таблиця 1

<table>
<tr><th colspan="3">Числа</th></tr>
<tr><td>Множини чисел</td><td colspan="2">Види чисел</td></tr>
<tr><td>N - натуральні числа
Z - цілі числа
Q - раціональні числа
R - дійсні числа</td><td>Парні
2,4,6,…
Позитивні
(більше нуля)
Прості</td><td>Непарні
1,3,5,…
Негативні
(менше нуля)
Складові</td></tr>
</table>

Таблиця 2

<table>
<tr><th colspan="4">Дроби</th></tr>
<tr><td colspan="2">Звичайні дроби
$\frac{a}{b}$</td><td colspan="2">Десяткові дроби
$a_m a_{m-1} \ldots a_1 a_0 , a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n} \ldots$</td></tr>
<tr><td>Правильні
$a > b$</td><td>Неправильні
$a < b$</td><td>Кінцеві
$a_m \ldots a_0 , a_{-1} \ldots a_{-n} =$
$= \frac{m}{n}$</td><td rowspan="2">Нескінченні періодичні
$a_m \ldots a_0 , a_{-1} \ldots a_{-n} \ldots =$
$= \frac{m}{n}$

Нескінченні неперіодичні
$a_m \ldots a_0 , a_{-1} \ldots a_{-n} \ldots \neq$
$\neq \frac{m}{n}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Чисельник
$a \in Z$

Знаменник
$b \in N$</td><td>Ціла частина десяткового дробу
$a_m a_{m-1} \ldots a_1 a_0$

Дробова частина десяткового дробу
$a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n}$</td></tr>
</table>

Таблиця 3

<table>
<tr><th colspan="2">Дії над числами</th></tr>
<tr><td>Додавання

$a + b = c$
a і b - доданки
c - сума</td><td rowspan="3">Піднесення в ступінь

$x^a = b$
x - основа степеня, b показник ступеня; с - степінь
$\boxed{x^0 = 1, \quad x^1 = x}$
$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$,
$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$
$x^b = \frac{1}{x^{-b}}$, $\left(x^b\right)^a = x^{b \cdot a}$,
$\frac{x^a}{y^b} = \left(\frac{x}{y}\right)^a$,
$x^a \cdot y^a = (x \cdot y)^a$</td></tr>
<tr><td>Віднімання

$a - b = c$
a - це зменшуване,
b - це від'ємник
с- різниця</td></tr>
<tr><td>Добуток

$a \cdot b = c$
a і b - це співмножники
c - добуток</td></tr>
<tr><td>Ділення

$a : b = c$ або
$\frac{a}{b} = c$
a - це ділене,
b - це дільник
c - частка</td><td>Добування кореня

$\sqrt[n]{x} = c$
x - підкореневе вираження, n показник кореня; с - корінь або радикал
$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$, $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$</td></tr>
</table>

Додаток 2

Латинський алфавіт

Написання	Читання	Написання	Читання
A a	а	N n	ен
B b	бе	O o	о
C c	це	P p	пе
D d	де	Q q	ку
E e	е	R r	ер
F f	еф	S s	ес
G g	же	T t	те
H h	аш	U u	у
I i	і	V v	ве
J j	жі	W w	дубль-ве
K k	ка	X x	ікс
L l	ель	Y y	ігрек
M m	ем	Z z	зет

Грецький алфавіт

Написання	Читання	Написання	Читання
Α α	альфа	Ν ν	ню
Β β	бета	Ξ ξ	ксі
Γ γ	гамма	Ο ο	омікрон
Δ δ	дельта	Π π	пі
Ε ε	епсилон	Ρ ρ	ро
Ζ ζ	дзета	Σ σ	сигма
Η η	ета	Τ τ	тау
Θ θ	тета	ϒ υ	іпсилон
Ι ι	йота	Φ φ	фі
Κ κ	каппа	Χ χ	хі
Λ λ	лямбда	Ψ ψ	псі
Μ μ	мю	Ω ω	омега

Література

1. Саенко С.Л. Математика (для студентов-иностранцев). Одесса: ОПИ, 2001.Ч.1, 2 - 220 с.
2. Кравчук В., Підручна М., Янченко Г. Алгебра. Підручник для 8 класу./ За редакцією Слепкань З.І. - Тернополь: Підручник і посібник, 2006.- 232 с.
3. Кравчук В., Підручна М., Янченко Г. Алгебра. Підручник для 9 класу./ За редакцією Слепкань З.І. - Тернополь: Підручник і посібник, 2005.- 256 с.
4. Шкіль М.І., та інші. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10 класу загальноосвіт. навч. закладів – К: Зодіак – ЕКО, 2006.

Методичні вказівки та контрольні завдання з курсу

«МАТЕМАТИКА»

для слухачів-іноземців підготовчого відділення.
Розділ «Числові множини»

Укладачі:
Доцент кафедри довузівської підготовки Аркатов Ю.М.,
Доцент кафедри довузівської підготовки Расторгуєва Т.Є.,
Ст. викладач кафедри довузівської підготовки Чорна О.В.

Підп. до друку Формат Папір
Умовн. друк. арк. Тираж Зам. №

Надруковано з готового оригінал - макета