

Змістовий модуль 1.

**ЕКОНОМЕТРИЧНІ
МЕТОДИ І МОДЕЛІ**

Тема 1.2.

ЕКОНОМЕТРИЧНІ МОДЕЛІ.

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

План

1. Природа економетрії: визначення дисципліни «Економетрія», її предмет, об'єкт і завдання. Виникнення, розвиток і становлення економетрії.
2. Кореляційно-регресійний аналіз в економіці.
3. Економетрична модель та її особливості. Класифікація економетричних моделей.
4. Етапи і задачі економетричного дослідження.
5. Використання програмних засобів ПЕОМ в процесі економетричного моделювання.

Таблиця 1

у \ x	Тижневий дохід домогосподарства, гр. од.									
	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260
Тижневі витрати домогосподарства на споживання, гр. од.	55	65	79	80	102	110	120	135	137	150
	60	70	84	93	107	115	136	137	145	152
	65	74	90	95	110	120	140	140	155	175
	70	80	94	103	116	130	144	152	165	178
	75	85	98	108	118	135	145	157	175	180
	...	88	...	113	125	140	...	160	189	185
	115	162	...	191
Сума	325	462	445	707	678	750	685	1043	966	1211

Таблиця 2

р(y x _i) \ x	Тижневий дохід домогосподарства, гр. од.									
	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260
Умовні ймовірності, р(y x _i)	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$
	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$
	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$
	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$
	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$
	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$
	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$
	...	$\frac{1}{6}$...	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$...	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$
	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$...	$\frac{1}{7}$
	Математичне сподівання у	65	77	89	101	113	125	137	149	161

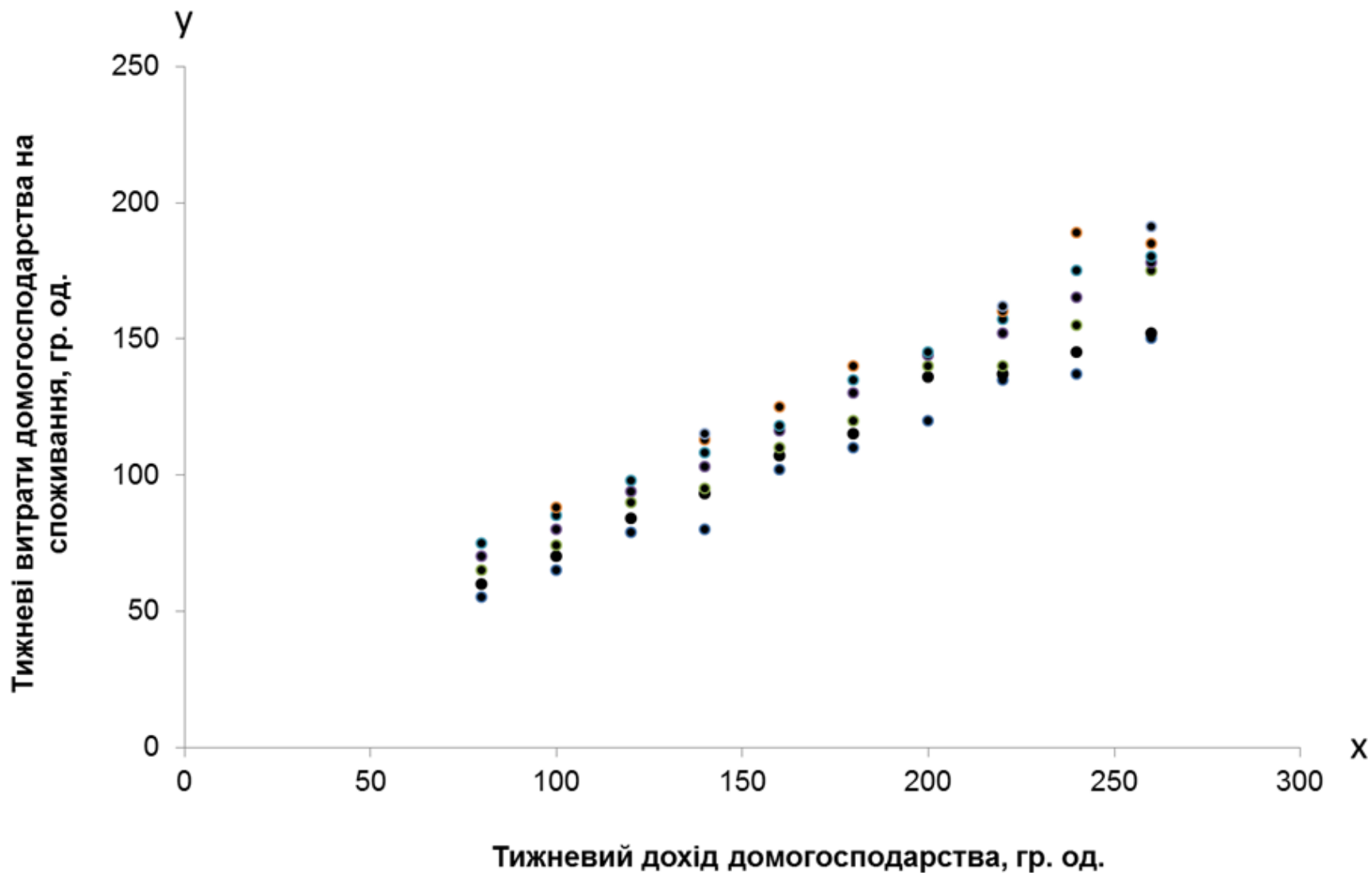


Рис. 1. Розподіл витрат на споживання для різних рівнів доходу (за даними табл. 1)

ВИБІРКОВА РЕГРЕСІЯ

Вибірка № 1

з генеральної сукупності

Таблиця 3

x	y
80	70
100	65
120	90
140	95
160	110
180	115
200	120
220	140
240	155
260	150

Вибірка № 2

з генеральної сукупності

Таблиця 4

x	y
80	55
100	88
120	90
140	80
160	118
180	120
200	145
220	135
240	145
260	175

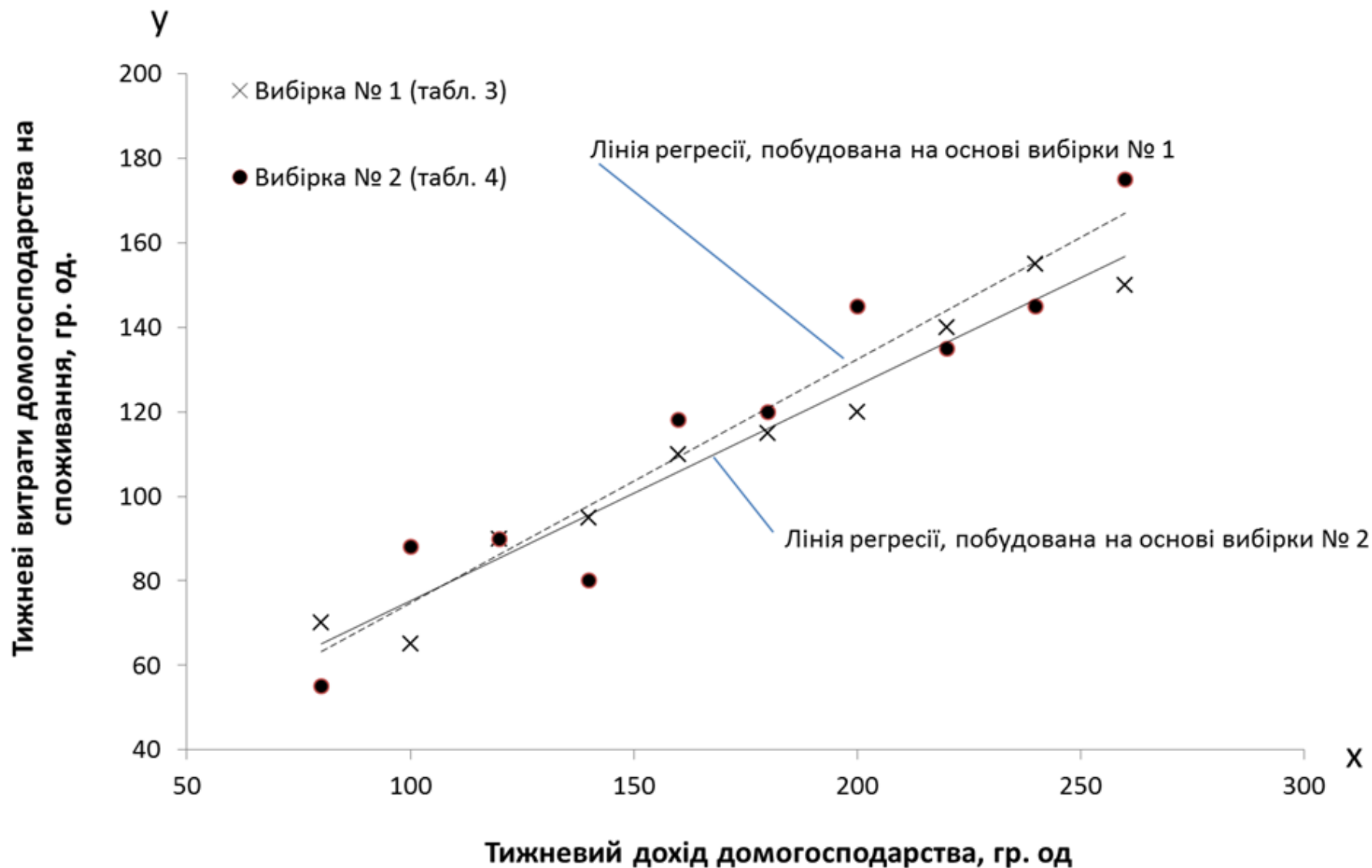


Рис. 3. Лінії регресії, побудовані для двох випадкових вибірок (за даними табл. 3 та табл. 4)

- ❖ Припущення 1. *Математичне сподівання стохастичної складової моделі дорівнює нулю для всіх спостережень*

$$M(\varepsilon_i) = 0, i = 1, 2, \dots, n$$

- ❖ Припущення 2. *Гомоскедастичність*

$$\text{var}(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon^2 = \text{const}, i = 1, 2, \dots, n$$

- ❖ Припущення 3. *Відсутність автокореляції залишків*

$$\text{COV}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \text{ для } i \neq j$$

- ❖ Припущення 4. *Незалежні (пояснюючі) змінні не пов'язані із стохастичною складовою моделі*

$$\text{COV}(\varepsilon_i, X_{ji}) = 0 \text{ для } i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$$

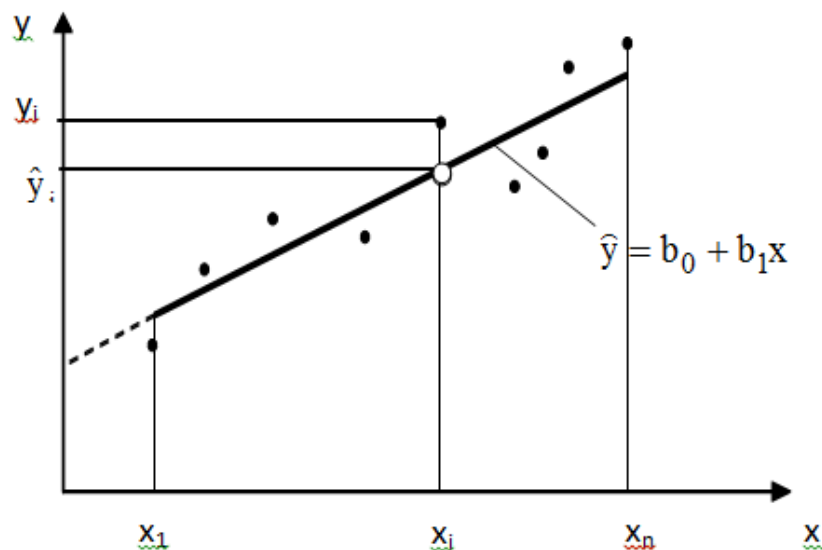
- ❖ Припущення 5. *Матриця спостережень X не є стохастичною*

- ❖ Припущення 6. *Відсутність мультиколіарності*

- ❖ Припущення 7. *Випадкова величина $\varepsilon_i, i=1, 2, \dots, n$ має нормальний закон розподілу з математичним сподіванням 0 і сталою дисперсією*

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Приклад 1



x	y
x_1	y_1
x_2	y_2
...	...
x_i	y_i
...	...
...	...
x_n	y_n

Нехай

$$x_i = 1 \Rightarrow y_i = b_0 + b_1$$

$$x_{i+1} = 2 \Rightarrow y_{i+1} = b_0 + 2 \cdot b_1$$

Тоді

$$\Delta x = x_{i+1} - x_i = 2 - 1 = 1 \Rightarrow \Delta y = y_{i+1} - y_i = (b_0 + 2 \cdot b_1) - (b_0 + b_1) = b_0 + 2 \cdot b_1 - b_0 - b_1 = b_1$$

Економетрія – це наукова дисципліна, яка вивчає **кількісні** закономірності та взаємозв'язки економічних об'єктів і процесів за допомогою математико-статистичних методів та моделей.

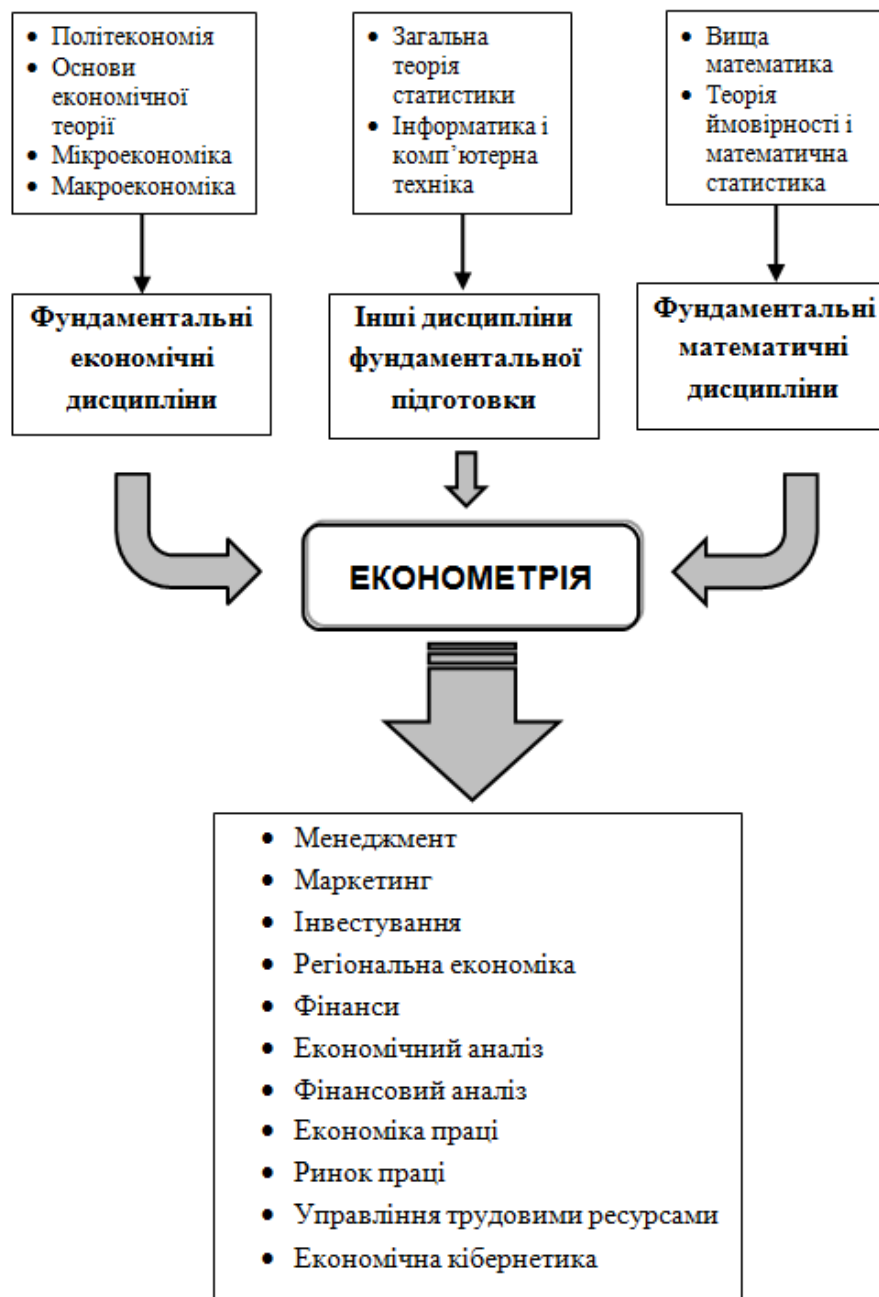
Об'єктами економетрії є різноманітні економічні явища і процеси, як на мікро- так і на макрорівнях, такі як: попит і пропозиція, виробництво, споживання, зайнятість і т.п.

Предметом економетрії є методи оцінювання параметрів економіко-математичних моделей, які описують кількісні взаємозв'язки між економічними показниками, а також основні напрямки застосування цих моделей в економічних дослідженнях.

Основними завданнями цієї дисципліни є:

- 1) вивчення і розробка математичних методів побудови економетричних моделей;
- 2) використання економетричних моделей в економічних дослідженнях.

ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК КУРСУ З ІНШИМИ ДИСЦИПЛІНАМИ



Виникнення, розвиток і становлення економетрії



1892 рік – Вільфредо Парето запропонував застосувати рівняння гіперболи для опису розподілу прибутків населення

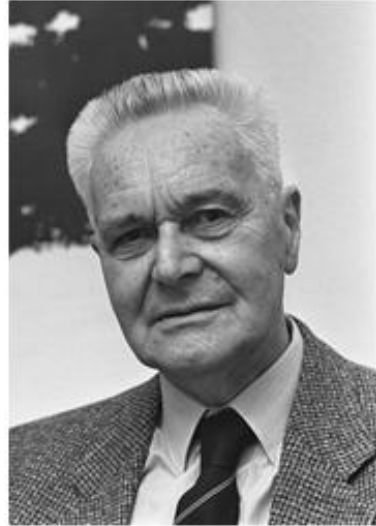
Термін
«ЕКОНОМЕТРІЯ»

1910 рік – львівський вчений Павло Чомпа в праці “Нариси економетрії і природної теорії бухгалтерії, яка ґрунтується на політичній економії” вперше запропонував

1930 рік – засновано «ЕКОНОМЕТРИЧНЕ ТОВАРИСТВО»



Рагнар Фріш



Ян Тінберген



Йозеф Шумпетер

Економетричне товариство, міжнародне суспільство для розвитку економічної теорії у своїй взаємодії із статистикою та математикою

Лауреати Нобелівської премії

«За створення та застосування динамічних моделей до аналізу економічних процесів»

- **Рагнар Фріш** – 1969 (Норвегія)
- **Ян Тінберген** – 1969 (Нідерланди)

«За вклад в теорію оптимального розподілу ресурсів»

- **Теллінг До Купманс** – 1975 (США)

«За створення економічних моделей і їх застосування до аналізу коливань економіки і економічної політики»

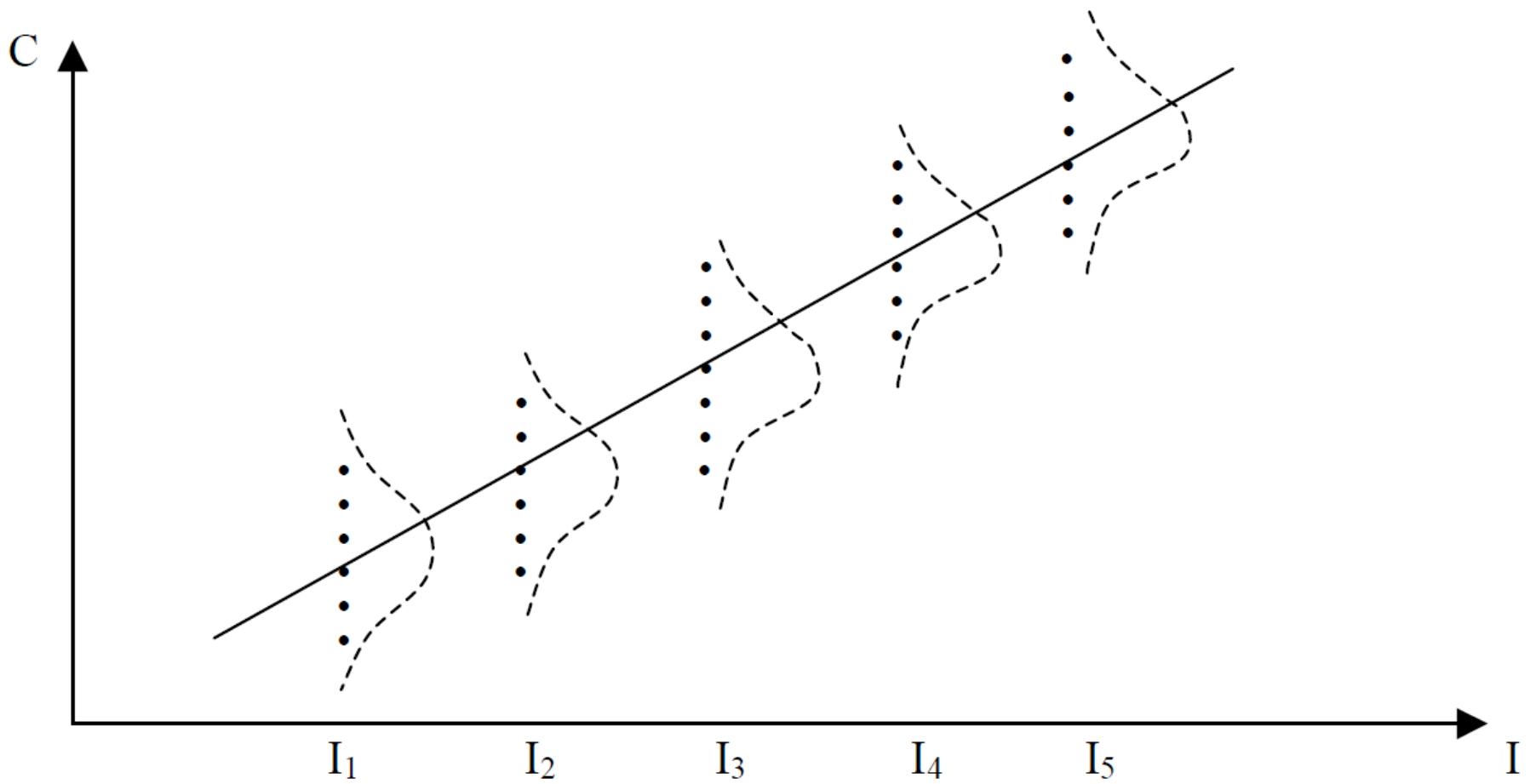
- **Лоуренс Р. Клейн** – 1980 (США)

«За роз'яснення в основах теорії ймовірностей і аналіз одночасних економічних структур»

- **Трігве Хаавелмо** – 1989 (Норвегія)

Історичне походження терміна «регресія». Уперше термін “регресія” був введений Френсісом Галтоном . Галтон установив таке: хоча й існує тенденція того, що у високих батьків народжуються високі діти, а в невисоких – невисокі, середній зріст дітей, народжених від батьків певного зросту, має тенденцію зміщуватися, “регресувати” в бік середнього зросту в популяції в цілому. Іншими словами, зріст дітей незвичайно високих або низьких батьків має тенденцію зміщуватися в бік середнього зросту популяції. Друг Галтона Карл Пірсон (Karl Pearson) за результатами зібраних ним даних про зріст у групах сімей підтвердив установлений Галтоном закон про універсальну регресію. Він установив, що середній зріст синів з групи високих батьків був менший, ніж середній зріст їх батьків, а середній зріст синів з групи низьких батьків був більший середнього зросту групи батьків, тобто високі й низькі сини «регресували» в бік середнього зросту чоловіків. Галтон охарактеризував це явище як регресію в бік звичайності.

Сучасна інтерпретація регресії. Сучасне значення, що вкладається в термін “регресія”, зовсім інше. У достатньо широкому значенні слова можна сказати, що *регресійний аналіз пов’язаний із вивченням залежності однієї змінної, такої, що пояснюється, від однієї або декількох пояснювальних змінних, з метою обчислення і/чи прогнозування середньої величини першої при відомих (фіксованих) значеннях останніх.*



де C – споживання; I – наявні доходи

Статистичною називається залежність, коли зі зміною однієї випадкової величини змінюється закон розподілу ймовірностей іншої.

Кореляційною називається статистична залежність, коли зі зміною однієї випадкової величини змінюється математичне сподівання (середнє значення) іншої.

КОРЕЛЯЦІЙНА ЗАЛЕЖНІСТЬ

$$M(y|x) = f(x), \quad (1)$$

де $M(y|x)$ – умовне математичне сподівання (середнє значення) залежної змінної y .

$$M(y|x_1, x_2, \dots, x_m) = f(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad (2)$$

де y – залежна (пояснювана) змінна,

x_1, x_2, \dots, x_m – незалежні (пояснюючі) змінні.

Функція, яка описує залежність між незалежною змінною (або незалежними змінними) і умовним математичним сподіванням (середнім) залежної змінної називається **функцією регресії (рівнянням регресії)**.

Регресією називається функціональна залежність між незалежною змінною (або незалежними змінними) і умовним математичним сподіванням (середнім значенням) залежної змінної.

Лінія, яка графічно зображує залежність між незалежною змінною і умовним математичним сподіванням (середнім) залежної змінної називається **кривою (лінією) регресії**.

РЕГРЕСІЙНІ МОДЕЛІ

$$y = M(y|x) + \varepsilon = f(x) + \varepsilon, \quad (3)$$

$$y = M(y|x_1, x_2, \dots, x_m) + \varepsilon = f(x_1, x_2, \dots, x_m) + \varepsilon. \quad (4)$$

Теоретичною регресійною моделлю називається модель, яка відповідає генеральній сукупності спостережень за змінними моделі.

Теоретичній регресійній моделі відповідають теоретична функція і крива регресії.

Вибірковою (емпіричною) регресійною моделлю називається регресійна модель, побудована на основі окремої статистичної вибірки з генеральної сукупності спостережень.

У загальному вигляді вибіркова функція регресії і вибіркова регресійна модель можуть бути записані у наступному вигляді:

$$\hat{y} = f(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad (5)$$

$$y = \hat{y} + e = f(x_1, x_2, \dots, x_m) + e, \quad (6)$$

де \hat{y} – оцінка математичного сподівання $M(y|x_1, x_2, \dots, x_m)$,

e – випадкова складова моделі, яка є оцінкою величини ε теоретичної регресійної моделі. Значення величини e_i , обчислені у кожному спостереженні статистичної вибірки прийнято називати залишками, хоча цей термін часто застосовують для означення значень і самої величини ε .

Сукупність методів, за допомогою яких досліджуються та узагальнюються взаємозв'язки кореляційно пов'язаних змінних, називається **кореляційно-регресійним аналізом**.

Економетрична модель – це окрема функція чи система функцій (рівнянь), що описує **кореляційно-регресійний зв'язок** між економічними показниками, один чи декілька з яких є залежною змінною, а усі інші – незалежними.

Економетричні моделі характеризуються наступними особливостями:

- 1) функціональні ;
- 2) прикладні (емпіричні) ;
- 3) дескриптивні ;
- 4) стохастичні.

ЕКОНОМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m, \varepsilon), \quad (7)$$

де y – залежна змінна;

$x_i (i = \overline{1, m})$ – незалежні змінні;

ε – випадкова (стохастична) складова моделі.

Приклад

ВИРОБНИЧА ФУНКЦІЯ КОББА-ДУГЛАСА

$$Y = a_0 k^\alpha L^\beta e^\varepsilon, \quad (8)$$

де Y – випуск продукції;

K – основний капітал;

L – затрати праці (людський капітал);

a_0, α і β – параметри моделі.

ЕКОНОМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ ПРЕДСТАВЛЕНА СИСТЕМОЮ ФУНКЦІЙ

$$\begin{cases} y_1 = f_1(x_{s1}, x_{s2}, \dots, x_{sm}, \varepsilon_s), \\ y_2 = f_2(x_{s1}, x_{s2}, \dots, x_{sm}, \varepsilon_s), \\ \dots \\ y_s = f_s(x_{s1}, x_{s2}, \dots, x_{sm}, \varepsilon_s), \\ (s = \overline{1, k}) \end{cases}, \quad (9)$$

де k – кількість рівнянь.

Приклад

МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ ДОХОДУ ДЖ. М. КЕЙНСА

$$\begin{cases} C_t = \beta_0 + \beta_1 y_t + \varepsilon_t, \\ y_t = C_t + I_t, \end{cases} \quad (10)$$

де C_t – сукупне споживання,

y_t – національний дохід,

I_t – інвестиції,

β_0, β_1 – параметри моделі.

Екзогенними (зовнішніми) називаються змінні, значення яких є наперед визначеними перед використанням моделі.

Ендогенними (внутрішніми) – такі, значення яких визначаються тільки із самої моделі.

Так, для моделі (8) змінні K і L є екзогенними змінними, а Y – ендогенною.

Для моделі (10) тільки змінна I_t є екзогенною, а змінні C_t і y_t – ендогенними, причому вони виступають одночасно як залежні так і незалежні змінні.

КЛАСИФІКАЦІЯ ЕКОНОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ.

1. За рівнем моделювання:

- мікромоделі
- макромоделі

2. В залежності від врахування фактору часу:

- статичні
- динамічні

3. В залежності від числа рівнянь:

- у вигляді одного рівняння
- у вигляді системи одночасних рівнянь (симультативні)

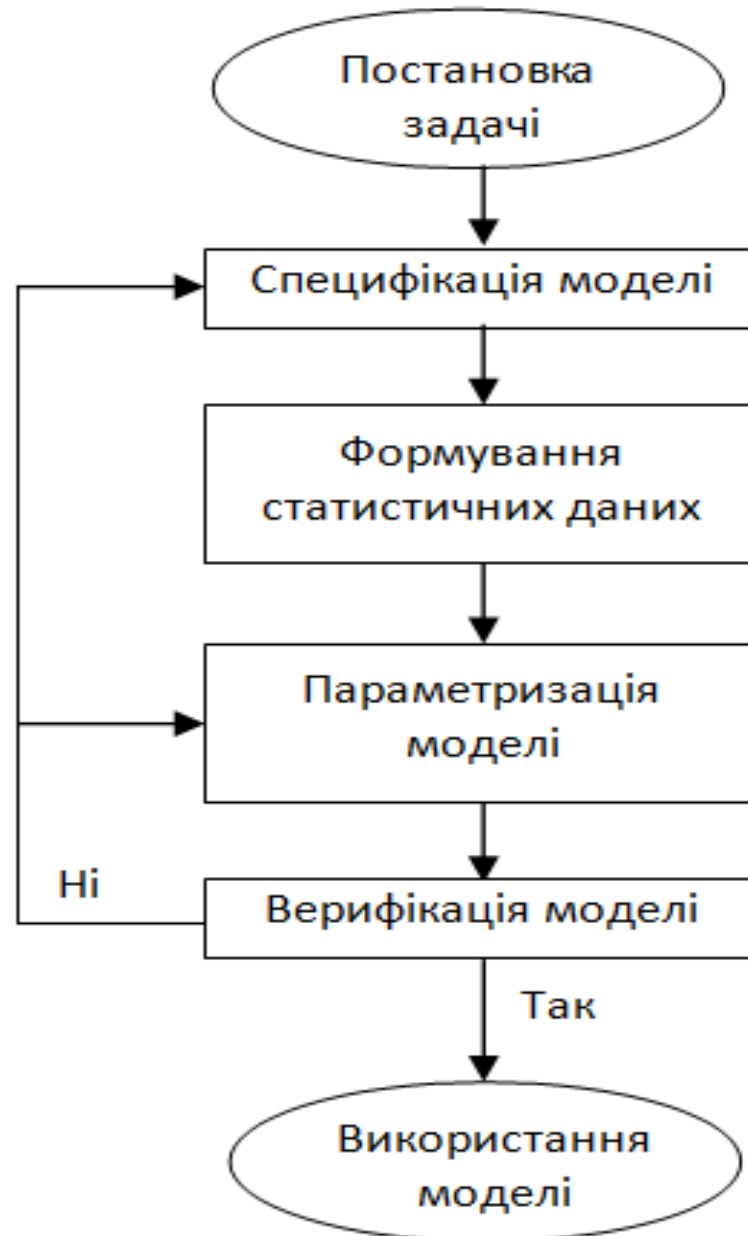
4. В залежності від виду рівнянь:

- лінійні
- нелінійні

5. В залежності від відповідності положенням класичного лінійного регресійного аналізу:

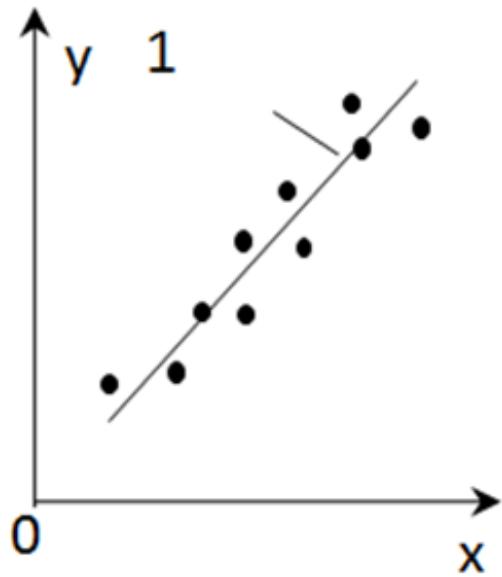
- класичні
- узагальнені

ЕТАПИ І ЗАДАЧІ ЕКОНОМЕТРИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

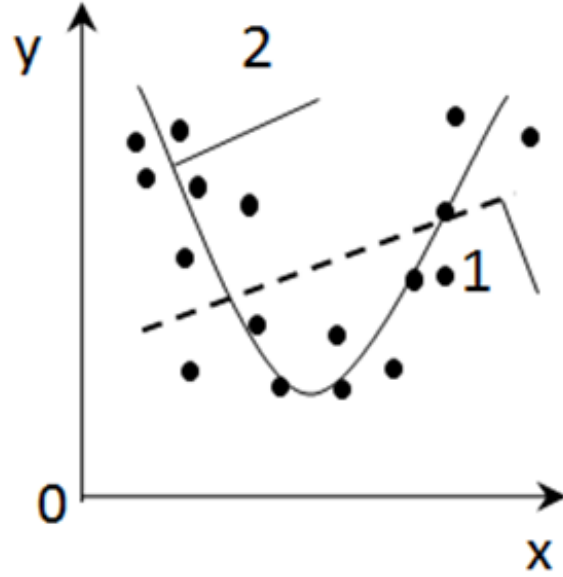


Діаграма розсіювання – представляє собою точковий графік, який зображує залежність між змінними парної регресійної (економетричної) моделі.

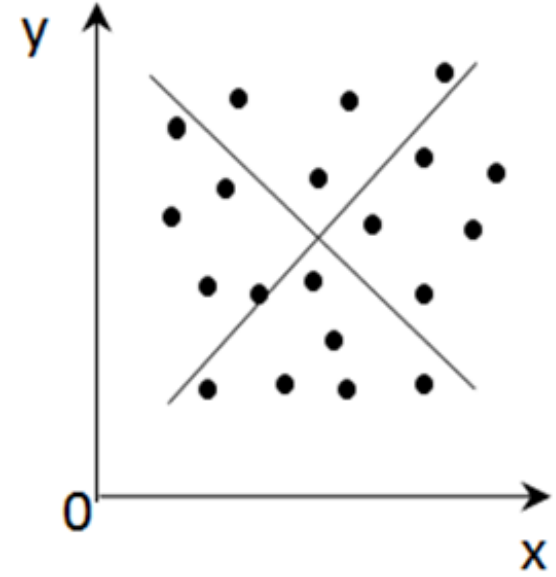
ДІАГРАМИ РОЗСІЮВАННЯ



а



б



в

Лінійна функція $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$

Квадратична функція $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$

ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ ПЕОМ В ПРОЦЕСІ ЕКОНОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Вибіркове рівняння регресії

$$\hat{y} = b_0 + b_1x$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		D	Q						
2	i	x	y						
3	1	10,9	5,2						
4	2	11,7	5,7						
5	3	12,9	6,1						
6	4	14,5	6,3						
7	5	15,7	6,8						
8	6	17,1	6,6						
9	7	18,1	7,1						
10	8	19,3	7,6						
11	9	20,9	7,9						
12	10	21,6	8,3						
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									

Регрессия

Входные данные

Входной интервал Y: \$C\$3:\$C\$12

Входной интервал X: \$B\$3:\$B\$12

Метки

Константа - ноль

Уровень надежности: 95 %

Параметры вывода

Выходной интервал: \$A\$15

Новый рабочий лист:

Новая рабочая книга

Остатки

Остатки График остатков

Стандартизованные остатки График подбора

Нормальная вероятность

График нормальной вероятности

OK

Отмена

Справка

РЕЗУЛЬТАТИ РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
15	ВЫВОД ИТОГОВ								
16									
17	<i>Регрессионная статистика</i>								
18	Множественный R	0,981821439							
19	R-квадрат	0,963973338							
20	Нормированный R-квадрат	0,959470006							
21	Стандартная ошибка	0,198209673							
22	Наблюдения	10							
23									
24	<i>Дисперсионный анализ</i>								
25		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
26	Регрессия	1	8,409703404	8,409703404	214,0577658	4,67423E-07			
27	Остаток	8	0,314296596	0,039287075					
28	Итого	9	8,724						
29									
30		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>
31	Y-пересечение	2,58313101	0,292286106	8,837679783	2,11801E-05	1,909118041	3,257143979	1,909118	3,257144
32	Переменная X 1	0,256722126	0,017546795	14,6307131	4,67423E-07	0,216259144	0,297185108	0,216259	0,297185
33									

Оцінене вибіркове рівняння регресії

$$\hat{y} = 2,58 + 0,26x$$

Вибіркове рівняння $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$

	A	B	C	D	E
1	Місяць	Продуктивність праці	Фондомісткість продукції	Коефіцієнт плинності робочої сили	Рівень втрат робочого часу
2		(гр. од./людино-год)	(гр. од./гр.од.)	(%)	(%)
3	1	60	30	13	15
4	2	61	35	12,5	14,3
5	3	58	33	12	12
6	4	59	34	11	12,8
7	5	62	36	10	13
8	6	63	38	9	12,5
9	7	65	40	8,5	11
10	8	60	41	8,2	11,5
11	9	68	45	8	10
12	10	69	45	5,5	9
13	11	70	46	5	8
14	12	72	48	4,7	7,5
15	13	73	47	4,6	6,5
16	14	78	50	4	6
17	15	75	49	4,1	6,2
18	16	80	51	4,2	5,8
19	17	81	50	4,5	5,5
20	18	83	53	4	5
21	19	81	55	4	4,5
22	20	85	56	3	4,7
23	21	87	58	4	5
24	22	88	58	5	5,1
25	23	90	59	5	4,8
26	24	92	60	6	5,2
27					
28					
29					
30					

Регрессия

?
X

Входные данные

Входной интервал Y:

Входной интервал X:

Метки Константа - ноль

Уровень надежности: %

Параметры вывода

Выходной интервал:

Новый рабочий лист:

Новая рабочая книга

Остатки

Остатки График остатков

Стандартизованные остатки График подбора

Нормальная вероятность

График нормальной вероятности

OK

Отмена

Справка

РЕЗУЛЬТАТИ РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
29	ВЫВОД ИТОГОВ								
30									
31	<i>Регрессионная статистика</i>								
32	Множественный R	0,980085572							
33	R-квадрат	0,960567729							
34	Нормированный R-квадрат	0,954652888							
35	Стандартная ошибка	2,331607992							
36	Наблюдения	24							
37									
38	Дисперсионный анализ								
39		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
40	Регрессия	3	2648,605417	882,8684723	162,3995934	3,30224E-14			
41	Остаток	20	108,7279166	5,436395829					
42	Итого	23	2757,333333						
43									
44		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>
45	Y-пересечение	27,7103364	12,37175357	2,239806689	0,036622903	1,903310673	53,51736213	1,903311	53,51736
46	Переменная X 1	1,048620837	0,183278259	5,721468782	1,34108E-05	0,666309088	1,430932586	0,666309	1,430933
47	Переменная X 2	1,514192391	0,475560149	3,18401867	0,004663157	0,522191305	2,506193478	0,522191	2,506193
48	Переменная X 3	-1,584497228	0,671618427	-2,359222387	0,028594198	-2,985468716	-0,183525739	-2,98547	-0,18353
49									

Оцінене вибіркове рівняння регресії

$$\hat{y} = 27,71 + 1,05x_1 + 1,51x_2 - 1,58x_3$$