

ДОВІДКОВИЙ МАТЕРІАЛ (6 – 9 клас)

1. Додатні і від'ємні числа

Дії над додатними та від'ємними числами

Дія	№	Приклад			
		A	B	C	D
Додавання та віднімання	1	$-5 + 7 = 2$	$7 + (-5) = 2$	$-5 - (-7) = 2$	$7 - 5 = 2$
	2	$7 - (-5) = 12$	$5 - (-7) = 12$	$7 + 5 = 12$	$5 + 7 = 12$
	3	$5 - 7 = -2$	$-7 + 5 = -2$	$5 + (-7) = -2$	$-7 - (-5) = -2$
	4	$-7 - 5 = -12$	$-5 - 7 = -12$	$-7 + (-5) = -12$	$-5 + (-7) = -12$
Множення	5	$-5 \cdot (-7) = 35$	$-7 \cdot (-5) = 35$	$7 \cdot 5 = 35$	$5 \cdot 7 = 35$
	6	$-5 \cdot 7 = -35$	$-7 \cdot 5 = -35$	$5 \cdot (-7) = -35$	$7 \cdot (-5) = -35$
Ділення	7	$-6 : 3 = -2$	$6 : (-3) = -2$	$3 : (-6) = -0,5$	$-3 : 6 = -0,5$
	8	$-6 : (-3) = 2$	$6 : 3 = 2$	$-3 : (-6) = 0,5$	$3 : 6 = 0,5$

2. Звичайні дроби. Десяткові дроби

1. Позначення: $\frac{a}{b}$ - *звичайний дріб* (a - чисельник, b - знаменник) . $\frac{a}{b} = a : b$.

2. Скорочення дробу: $\frac{a \cdot m}{b \cdot m} = \frac{a}{b}$.

- Приклади. а) $\frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{3}$; б) $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$; в) $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$; г) $\frac{12}{4} = \frac{3}{1} = 3$; д) $\frac{9}{9} = 1$.

3. Виділення цілої частини неправильного дробу.

○ Означення. Дріб $\frac{a}{b}$, де $a \geq b$ називається *неправильним*. $\frac{a}{b} = A\frac{c}{b}$ ($a : b = A(c\text{-остача})$)

- Приклади. а) $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$; б) $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$; в) $\frac{13}{7} = 1\frac{6}{7}$; г) $\frac{23}{9} = 2\frac{5}{9}$; д) $\frac{20}{5} = 4$.

4. Перетворення дробу в неправильний. $A\frac{c}{b} = \frac{A \cdot b + c}{b} = \frac{a}{b}$.

- Приклади. а) $2\frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{13}{5}$; б) $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$; в) $6\frac{3}{7} = \frac{45}{7}$; г) $13\frac{11}{15} = \frac{206}{15}$.

5. Перетворення десяткового дробу в звичайний і звичайного в десятковий.

• Приклади.

① Будь-який десятковий дріб можна записати у вигляді звичайного дробу, чисельником якого є дробова частина десяткового дробу, а знаменником – відповідна розрядна одиниця.

а) $2,3 = 2\frac{3}{10} = \frac{23}{10}$; б) $0,04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$; в) $7,35 = 7\frac{35}{100} = 7\frac{7}{20} = \frac{147}{20}$;

г) $5,2 = 5\frac{2}{10} = 5\frac{1}{5} = \frac{26}{5}$; д) $4,375 = 4\frac{375}{1000} = 4\frac{3}{8} = \frac{27}{8}$; е) $1,007 = 1\frac{7}{1000} = \frac{1007}{1000}$.

② Будь-який звичайний дріб можна записати у вигляді десяткового дробу (скінченного або нескінченного періодичного). Для цього потрібно виконати ділення чисельника звичайного дробу на його знаменник (письмово, або за допомогою мікрокалькулятора.)

а) $\frac{3}{5} = 0,6$ ($3 : 5 = 0,6$); б) $3\frac{7}{8} = 3,875$; в) $4\frac{1}{4} = 4,25$; г) $\frac{1}{3} = 0,3(3)$; д) $2\frac{5}{6} = 2,83(3)$.

✓ Завжди можна записати у вигляді скінченних десяткових дробів такі звичайні дроби, знаменником яких є числа, які можна подати добутком чисел 2 і 5 та їх степенів.
Перелічимо такі числа до 100 включно: 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, 32, 40, 50, 64, 80, 100

6. Основні правила виконання дій з дробами.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \quad \frac{a}{b} \cdot C = \frac{aC}{b}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}, \quad \frac{a}{b} : C = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{C} = \frac{a}{bC}$$

Дії з дробами.

Дія	№	Приклад	
		А	В
Додавання	1	$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$	$2 + 3\frac{2}{3} = 5\frac{2}{3}$
	2	$5\frac{7}{8} + \frac{1}{8} = 5\frac{8}{8} = 6$	$2\frac{5}{7} + 3\frac{4}{7} = 5\frac{9}{7} = 6\frac{2}{7}$
	3	$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$	$3\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{6} + \frac{3}{6} = 3\frac{4}{6} = 3\frac{2}{3}$
	4	$\frac{3}{4} + 2\frac{7}{10} = \frac{15}{20} + 2\frac{14}{20} = 2\frac{29}{20} = 3\frac{9}{20}$	$1\frac{3}{5} + 2,03 = 1\frac{3}{5} + 2\frac{3}{100} = 1\frac{60}{100} + 2\frac{3}{100} = 3\frac{63}{100}$
	5	$\frac{3}{4} + 2\frac{7}{10} = 0,75 + 2,7 = 3,45$	$1\frac{3}{5} + 2,03 = 1,6 + 2,03 = 3,63$
Віднімання	6	$1\frac{4}{7} - \frac{1}{7} = 1\frac{3}{7}$	$1\frac{4}{7} - \frac{4}{7} = \frac{8}{7} - \frac{4}{7} = \frac{4}{7}$
	7	$8\frac{2}{9} - 2\frac{7}{9} = \frac{74}{9} - \frac{25}{9} = \frac{49}{9} = 5\frac{4}{9}$	$8\frac{2}{9} - 2\frac{7}{9} = 7\frac{11}{9} - 2\frac{7}{9} = 5\frac{4}{9}$
	8	$1 - \frac{5}{6} = \frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$	$7 - 2\frac{1}{3} = 6\frac{3}{3} - 2\frac{1}{3} = 4\frac{2}{3}$
	9	$4\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = 4\frac{10}{12} - \frac{3}{12} = 4\frac{7}{12}$	$4\frac{1}{4} - \frac{5}{6} = 4\frac{3}{12} - \frac{10}{12} = 3\frac{15}{12} - \frac{10}{12} = 3\frac{5}{12}$
	10	$2 - 5\frac{2}{3} = -3\frac{2}{3}$	$3\frac{2}{5} - 6 = \frac{17}{5} - \frac{30}{5} = -\frac{13}{5} = -2\frac{3}{5}$
Множення	11	$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$	$2\frac{3}{4} \cdot 1\frac{2}{5} = \frac{11}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{77}{20} = 3\frac{17}{20}$
	12	$\frac{3}{8} \cdot 5 = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$	$3\frac{5}{6} \cdot 2 = 6\frac{10}{6} = 7\frac{4}{6} = 7\frac{2}{3}$
Ділення	13	$\frac{2}{3} : \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$	$3\frac{3}{4} : \frac{1}{5} = \frac{15}{4} : \frac{1}{5} = \frac{15}{4} \cdot 5 = \frac{75}{4} = 18\frac{3}{4}$
	14	$4\frac{2}{3} : 7 = \frac{14}{3} \cdot \frac{1}{7} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$	$4 : 2\frac{2}{3} = 4 : \frac{8}{3} = 4 \cdot \frac{3}{8} = \frac{12}{8} = 1\frac{4}{8} = 1\frac{1}{2}$

• Приклад. Обчислити значення виразу: $\frac{4}{5} - 2,7 \cdot 2\frac{1}{3}$
 $5,2 - 1\frac{2}{5} : \frac{3}{7}$

$$\frac{4}{5} - 2,7 \cdot 2\frac{1}{3} = \frac{4}{5} - \frac{27}{10} \cdot \frac{7}{3} = \frac{4}{5} - \frac{63}{10} = \frac{0,8 - 6,3}{10} = \frac{-5,5}{10} = \frac{-5,5}{20} = -5,5 : \frac{29}{15} = -\frac{55}{10} \cdot \frac{15}{29} = -\frac{11}{2} \cdot \frac{15}{29} = -\frac{165}{58} = -2\frac{49}{58}$$

$$5,2 - 1\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = 5,2 - \frac{7}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{52}{10} - \frac{49}{15} = \frac{156}{30} - \frac{98}{30} = \frac{58}{30} = \frac{29}{15}$$

3. Многочлени. Формули скороченого множення

① Множення одночлена на многочлен (розподільний закон множення):

$$a(b + c) = ab + ac$$

② Множення многочленів:

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

③ Формули скороченого множення:

$$1) a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$4) a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$2) (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$5) a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$3) (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$6) (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$7) (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$8) ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2), \text{ де } x_1, x_2 - \text{ корені рівняння } ax^2 + bx + c = 0.$$

4. Квадратне рівняння

① Неповні квадратні рівняння.

A. $ax^2 + c = 0$;

$$ax^2 = -c;$$

$$x^2 = -\frac{c}{a};$$

$$x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

B. $ax^2 + bx = 0$;

$$x(ax + b) = 0;$$

$$x_1 = 0;$$

$$ax + b = 0;$$

$$ax = -b;$$

$$x_2 = -\frac{b}{a}.$$

② Зведене квадратне рівняння $x^2 + bx + c = 0$ ($a = 1$).

Теорема Вієта (підбір коренів рівняння): $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = c, \\ x_1 + x_2 = -b \end{cases} \Rightarrow \text{Відповідь: } x_1, x_2.$

③ Повне квадратне рівняння. Формула коренів квадратного рівняння.

$$ax^2 + bx + c = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac;$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a};$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}.$$

Висновок:

1) При $D < 0$ рівняння не має розв'язків.

2) При $D = 0$ рівняння має один розв'язок:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

При цьому $ax^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$

5. Властивості степенів.

$$a^x = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{x \text{ разів}}$$

1) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$;

4) $(ab)^x = a^x \cdot b^x$;

6) $a^1 = a$;

2) $a^x : a^y = a^{x-y}$;

7) $a^0 = 1$;

3) $(a^x)^y = a^{xy}$;

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$;

8) $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$.

6. Властивості арифметичного квадратного кореня

○ **Означення**. Арифметичним квадратним коренем з невід'ємного числа a (\sqrt{a}), називається таке невід'ємне число b , квадрат якого дорівнює a (якщо $\sqrt{a} = b$, то $b^2 = a$).

1) Квадратний корінь \sqrt{a} з від'ємного числа не існує

2) $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, $a \geq 0, b \geq 0$;

3) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, $a \geq 0, b > 0$;

4) $\sqrt{a^2} = |a|$.

7. Прогресії

1. Арифметична прогресія.

⇒ **Формула n -го члена прогресії:** $a_n = a_1 + d(n-1)$, де a_1 – перший член, d – різниця прогресії, n – число членів, a_n – n -й член прогресії.

⇒ **Формула суми n перших членів прогресії:** $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$

• **Приклад.** $-2, 1, 4, 7, 10, \dots$ -- арифметична прогресія, $a_1 = -2$, $d = 3$.

1) Знайдемо 21-й член прогресії: $a_{21} = -2 + 3(21-1) = -2 + 3 \cdot 20 = -2 + 60 = 58$.

2) Знайдемо суму 21 члена прогресії: $S_{21} = \frac{-2+58}{2} \cdot 21 = \frac{56}{2} \cdot 21 = 28 \cdot 21 = 588$.

2. Геометрична прогресія.

⇒ **Формула n -го члена прогресії:** $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, де b_1 – перший член, q – знаменник прогресії ($q \neq 0$), b_n – n -й член прогресії.

⇒ **Формула суми n перших членів прогресії:** $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$.

• **Приклад.** $3, 6, 12, 24, 48, \dots$ -- геометрична прогресія, $b_1 = 3$, $q = 2$.

1) Знайдемо 8-й член прогресії: $b_8 = 3 \cdot 2^7 = 3 \cdot 128 = 384$.

2) Знайдемо суму 8-ми перших членів прогресії: $S_8 = \frac{3 \cdot (1-2^8)}{1-2} = \frac{3 \cdot (1-256)}{-1} = \frac{-765}{-1} = 765$.

3. Нескінченна спадна геометрична прогресія .

⇒ Формула суми нескінченної спадної геометричної прогресії: $S = \frac{b_1}{1-q}$ ($|q| < 1$)

• Приклад . 256, 64, 16, 4, 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$... -- нескінченна геометрична прогресія,

$$b_1 = 256, \quad q = \frac{1}{4}.$$

Знайдемо суму прогресії: $S = \frac{256}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{256}{\frac{3}{4}} = \frac{1024}{3} = 341\frac{1}{3}$.

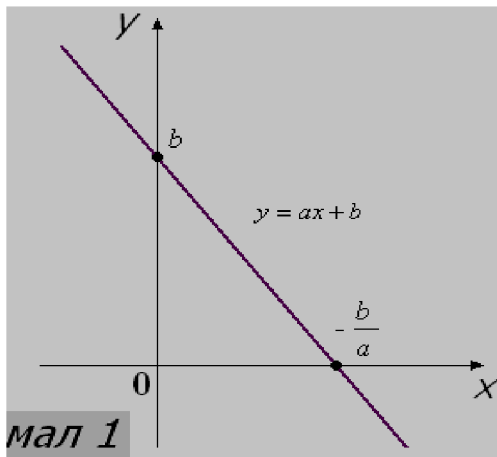
8. Функції та їх графіки

○ **Означення.** Функцією називається залежність змінної y від змінної x , якщо кожному значенню x відповідає єдине значення y .

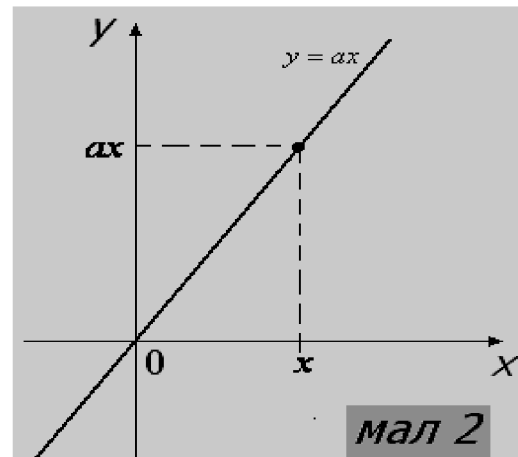
Одним із способів задання функції є побудова її графіка на координатній площині. Нагадаємо функції та їх графіки, які вивчались в курсі шкільної алгебри.

1. Лінійна функція. Графік функції *пряма*.

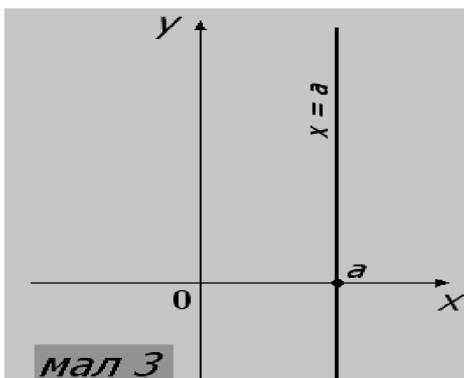
а) Функція $y = ax + b$ (мал 1).



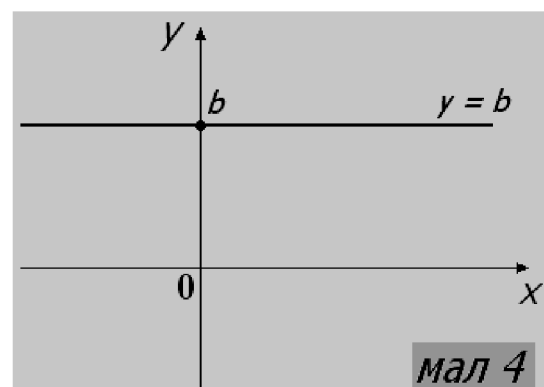
б) Функція $y = ax$ (мал 2)



в) Функція $x = a$ (мал 3).

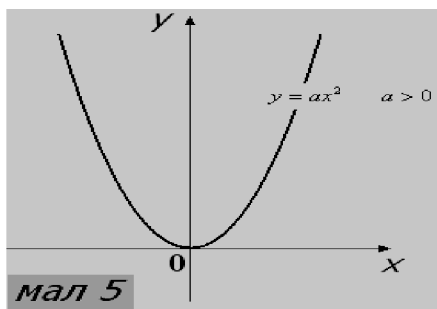


г) Функція $y = b$ (мал 4)

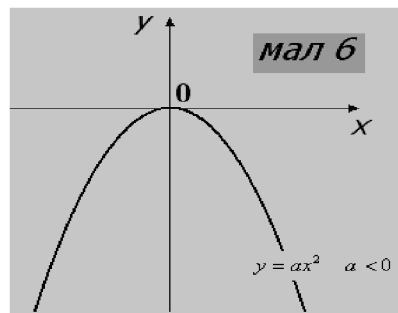


2. Квадратична функція. Графік функції *квадратна парабола*.

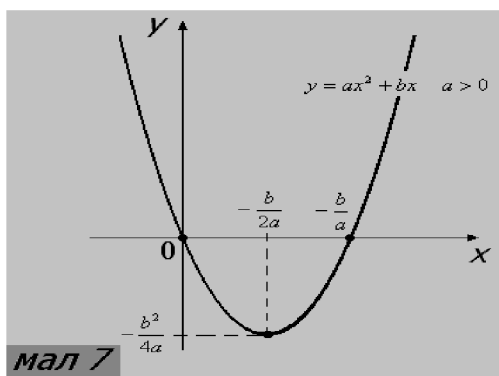
а) Функція $y = ax^2$, де $a > 0$ (мал 5).



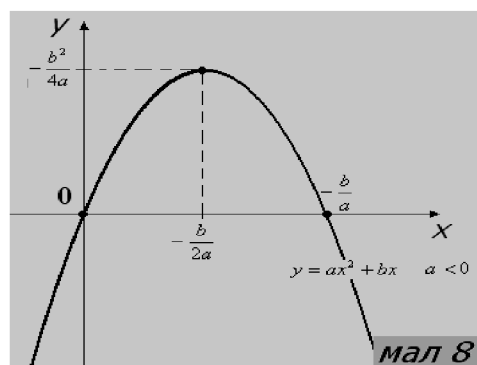
б) Функція $y = ax^2$, де $a < 0$ (мал 6).



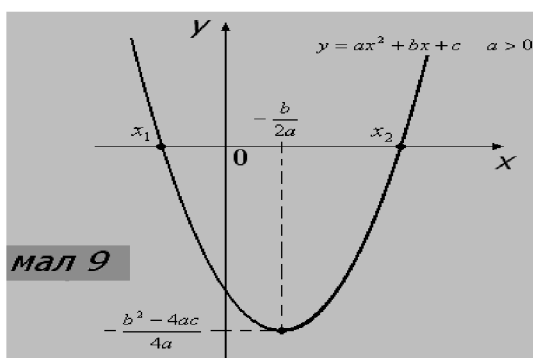
в) Функція $y = ax^2 + bx$, де $a > 0$ (мал 7).



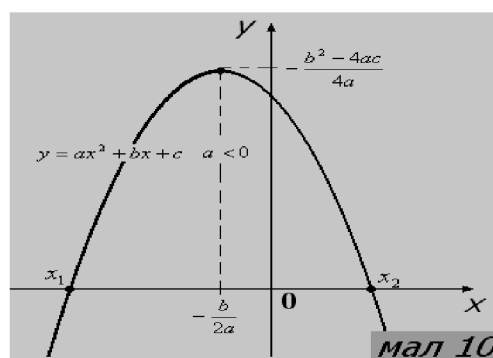
г) Функція $y = ax^2 + bx$, де $a < 0$ (мал 8).



д) Функція $y = ax^2 + bx + c$, де $a > 0$ (мал 9).



е) Функція $y = ax^2 + bx + c$, де $a < 0$ (мал 10).



x_1 і x_2 - корені відповідного квадратного рівняння $y = ax^2 + bx + c = 0$.

3. Функції $y = ax^3$, $y = \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) та $y = \frac{k}{x}$. (мал 11 – 13).

