

Ім'я користувача:
Житомирський економіко-гуманітарний інститут

ID перевірки:
1016376309

Дата перевірки:
19.06.2024 20:34:32 EEST

Тип перевірки:
Doc vs Internet

Дата звіту:
19.06.2024 20:38:21 EEST

ID користувача:
100011285

Назва документа: **Островська курсова**

Кількість сторінок: 15 Кількість слів: 4908 Кількість символів: 37201 Розмір файлу: 51.95 KB ID файлу: 1016184382

0.71% Схожість

Найбільша схожість: 0.18% з Інтернет-джерелом (<http://um.co.ua/3/3-15/3-159897.html>)

0.71% Джерела з Інтернету

29

Сторінка 17

Пошук збігів з Бібліотекою не проводився

0.77% Цитат

Цитати

3

Сторінка 18

Не знайдено жодних посилань

0% Вилучень

Немає вилучених джерел

ВСТУП

Актуальність теми. У сучасних дослідженнях, статистичний аналіз є невід'ємною частиною для виявлення закономірностей, перевірки гіпотез і формулювання висновків. Дисперсійний аналіз (ANOVA) та критерій Крускала-Уолліса є одними з найбільш поширених методів для аналізу даних з кількох груп. Вони використовуються в різних галузях науки, таких як біологія, медицина, соціальні науки, економіка, психологія та інженерія.

У практичній площині, аналіз даних за допомогою цих методів дозволяє дослідникам робити обґрунтовані висновки та приймати рішення на основі статистичних доказів. Наприклад, у медичних дослідженнях, правильний вибір статистичного методу може вплинути на результати клінічних випробувань і, як наслідок, на здоров'я пацієнтів. В економіці, це може вплинути на розуміння ринкових трендів та ефективність політичних рішень.

З розвитком обчислювальних технологій і статистичних програм (таких як R, Python, SPSS), застосування складних методів статистичного аналізу стало доступнішим. Це робить вивчення дисперсійного аналізу та критерію Крускала-Уолліса ще більш актуальним, оскільки студенти та дослідники можуть легко застосовувати ці методи до своїх даних.

Предмет дослідження - методи та процедури статистичного аналізу, спрямовані на виявлення статистичних відмінностей між трьома або більше групами даних.

Об'єкт дослідження - процес проведення дисперсійного аналізу, зокрема, метод Крускала-Уолліса, який використовується для порівняння медіан трьох або більше незалежних груп.

Мета дослідження - дослідження та розкриття методології дисперсійного аналізу, а також аналіз можливостей та обмежень застосування критерію Крускала-Уолліса в порівняльному аналізі даних.

Згідно мети було виділено наступні завдання:

- навести визначення та історію розвитку дисперсійного аналізу;
- описати основні поняття дисперсійного аналізу;
- виявити типи дисперсійного аналізу;
- охарактеризувати введення в непараметричні методи статистики;
- провести опис критерію Крускала-Уолліса;
- порівняти з параметричними методами;
- навести формулу розрахунку статистики критерію Крускала-Уолліса;
- розглянути приклад розрахунку критерію Крускала-Уолліса;
- провести інтерпретацію результатів тесту.

Робота складається зі вступу, 3 розділів та 9 підрозділів до них, висновків та списку використаних джерел.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДИСПЕРСІЙНОГО АНАЛІЗУ

1.1 Визначення та історія розвитку дисперсійного аналізу

Дисперсійний аналіз (ANOVA, англ. Analysis of Variance) - це статистичний метод, який використовується для дослідження і оцінки відмінностей між середніми значеннями декількох груп. Основна ідея дисперсійного аналізу полягає в розкладанні загальної варіабельності даних на частини, які пояснюються різними джерелами варіації, таких як фактори (незалежні змінні) і випадкова помилка [6, с. 42].

Дисперсійний аналіз дозволяє:

- Визначити, чи існують статистично значущі відмінності між групами.
- Оцінити вплив одного або кількох факторів на залежну змінну.
- Використовуватися для перевірки гіпотез щодо середніх значень популяцій.

Дисперсійний аналіз був розроблений Рональдом Фішером у 1920-х роках. Його робота в області експериментальної біології, зокрема в сільському господарстві, вимагала ефективних методів для аналізу експериментальних даних. Фішер вперше ввів цей метод у своїй праці "Statistical Methods for Research Workers" (1925), а пізніше розширив його у "The Design of Experiments" (1935).

1930-1940-ві роки. Після початкових робіт Фішера, дисперсійний аналіз швидко став популярним у різних галузях науки, таких як психологія, медицина, соціальні науки та промисловість. Внесок інших статистиків, таких як Френк Ядс і Джон Тьюкі, сприяв подальшому розвитку методів дисперсійного аналізу, включаючи багатofакторні ANOVA та аналіз взаємодій між факторами [6, с. 43].

Розвиток обчислювальних технологій у 1960-1970-х роках зробив дисперсійний аналіз більш доступним і простим у використанні. Зараз існують численні програмні пакети, такі як SPSS, SAS, R, які дозволяють проводити складні дисперсійні аналізи. Сучасні варіанти дисперсійного аналізу включають такі методи, як багаторазові порівняння (post hoc tests), повторні вимірювання ANOVA, MANOVA (многовимірний дисперсійний аналіз), а також регресійні моделі, що комбінують ANOVA з іншими статистичними підходами.

Дисперсійний аналіз став одним з основних інструментів для оцінки експериментальних даних, дозволяючи дослідникам визначити важливі фактори та взаємодії.

Використовується у багатьох галузях, включаючи маркетинг, виробництво, клінічні випробування, освітні дослідження, де потрібна оцінка впливу різних факторів на результати.

Отже, дисперсійний аналіз (ANOVA) є фундаментальним статистичним методом, розробленим для оцінки впливу одного або більше факторів на залежну змінну. Його історія починається з робіт Рональда Фішера у 1920-х роках, який створив основу для сучасних методів аналізу варіабельності. ANOVA дозволяє визначити, чи є значущі відмінності між групами, порівнюючи внутрішньогрупову та міжгрупову варіабельність. Впродовж десятиліть метод був розширений на різні варіанти, включаючи однофакторний та багатofакторний дисперсійний аналіз, аналіз з повторними вимірюваннями, коваріаційний аналіз та многовимірний дисперсійний аналіз. Ці розширення дозволяють дослідникам застосовувати ANOVA до різноманітних експериментальних дизайнів і складних наборів даних, забезпечуючи гнучкість і точність у вивченні впливу факторів на

досліджувані явища.

1.2 Основні поняття дисперсійного аналізу

Дисперсійний аналіз (ANOVA) використовує кілька основних понять і термінів, які є ключовими для розуміння методу і його застосування.

Фактором у дисперсійному аналізі називається незалежна змінна або категорія, вплив якої досліджується на залежну змінну. Наприклад, у дослідженні впливу різних дієт на вагу фактором є "дієта". Фактори можуть мати різні категорії або значення, які називаються рівнями фактору. Для фактора "дієта" рівнями можуть бути "дієта А", "дієта В" і "дієта С". Кожен рівень фактора представляє окрему категорію, значення або умову, яка використовується для порівняння впливу на залежну змінну [6, с. 45].

Залежна змінна - це змінна, яку ми вимірюємо і яка піддається впливу факторів.

Наприклад, в експерименті з дієтами залежною змінною може бути "втрата ваги".

Внутрішньогрупова варіація (within-group variation) — це варіабельність, яка спостерігається всередині кожної групи або рівня фактора. Вона представляє ту частину загальної варіації, яку не можна пояснити факторами дослідження і яка зазвичай вважається випадковою. Внутрішньогрупова варіація виникає через індивідуальні відмінності між об'єктами дослідження всередині однієї групи.

Міжгрупова варіація (between-group variation) — це варіабельність, яка спостерігається між середніми значеннями різних груп або рівнів фактора. Вона представляє ту частину загальної варіації, яку можна пояснити впливом фактора. Міжгрупова варіація вказує на те, наскільки середні значення груп відрізняються одне від одного через різницю у впливі незалежної змінної або фактора на залежну змінну.

Суми квадратів (Sum of Squares, SS) є важливим показником варіабельності у дисперсійному аналізі, який дозволяє розділити загальну варіабельність на міжгрупову та внутрішньогрупову компоненти.

Сума квадратів між групами (SSB або SSA) вимірює міжгрупову варіабельність. Вона обчислюється як сума квадратів відхилень середніх групових значень від загального середнього значення. Ця сума відображає, наскільки середні значення різних груп відрізняються одне від одного, що вказує на вплив фактора.

Сума квадратів всередині груп (SSW або SSE) вимірює внутрішньогрупову варіабельність. Вона обчислюється як сума квадратів відхилень індивідуальних значень від відповідних середніх групових значень. Ця сума показує варіацію, яка не може бути пояснена впливом фактора і вважається випадковою варіабельністю всередині груп [6, с. 47].

Загальна сума квадратів (SST) є сумою міжгрупової та внутрішньогрупової варіабельності. Вона обчислюється як сума квадратів відхилень індивідуальних значень від загального середнього значення. Загальна сума квадратів відображає всю варіабельність у даних, яку можна розділити на компоненти, що пояснюються впливом фактора, та компоненти, що не пояснюються.

Статистика F - відношення міжгрупової варіабельності до внутрішньогрупової варіабельності. Визначається за формулою:

$$F = \frac{MSB}{MSW}$$

де MSB - середній квадрат між групами,

MSW - середній квадрат всередині груп [2, с. 68].

Значення F використовується для перевірки гіпотези про рівність середніх значень груп.

Кількість ступенів свободи (df) - це важливий показник у дисперсійному аналізі, який вказує на кількість незалежних спостережень або рівнів у дослідженні.

Міжгрупові ступені свободи (dfB) визначаються як кількість рівнів фактору мінус один, тобто k - 1, де k - кількість рівнів фактору.

Внутрішньогрупові ступені свободи (df_W) визначаються як загальна кількість спостережень мінус кількість рівнів фактору, тобто $N - k$, де N - загальна кількість спостережень.

Загальні ступені свободи (df_T) визначаються як загальна кількість спостережень мінус один, тобто $N - 1$, де N - загальна кількість спостережень.

Середні квадрати (Mean Squares, MS) визначаються як відношення сум квадратів до відповідних ступенів свободи і є важливим показником для оцінки внутрішньої та міжгрупової варіабельності.

Середній квадрат між групами (MSB або MSA) розраховується як відношення суми квадратів між групами до міжгрупових ступенів свободи, тобто SSB / df_B .

Середній квадрат всередині груп (MSW або MSE) розраховується як відношення суми квадратів всередині груп до внутрішньогрупових ступенів свободи, тобто SSW / df_W .

У дисперсійному аналізі формуються дві основні гіпотези:

- *Нульова гіпотеза (H_0)*. Вона стверджує, що середні значення всіх груп рівні, тобто немає статистично значущих відмінностей між ними, і ефект фактора відсутній.

- *Альтернативна гіпотеза (H_1)*. Протилежна до нульової гіпотези, вона стверджує, що принаймні одна з груп має середнє значення, яке відрізняється від інших груп, тобто є ефект фактора [2, с. 69].

p -значення - це ймовірність отримати спостережуване значення статистики F або більш екстремальне, якщо нульова гіпотеза (H_0) є правдивою. Чим менше p -значення, тим сильніше докази проти нульової гіпотези. Якщо p -значення менше встановленого рівня значущості (наприклад, 0.05), то нульову гіпотезу вважають відхиленою.

Пост-гок тести застосовуються після проведення ANOVA, якщо нульова гіпотеза відхилено, для виявлення конкретних відмінностей між парами груп. Ці тести дозволяють здійснити множинні порівняння між групами для визначення, які саме групи відрізняються між собою після виявлення загального ефекту фактора. Приклади пост-гок тестів включають тест Тьюкі, тест Шеффе, LSD-тест.

Отже, в ході роботи, ми вивчили фактори та рівні, внутрішньогрупову та міжгрупову варіації, суми квадратів, кількість ступенів свободи, середні квадрати, гіпотези та p -значення. Розуміння цих концепцій дозволяє проводити аналіз даних та визначати вплив різних факторів на залежну змінну з точністю та об'єктивністю. Також ми ознайомилися з пост-гок тестами, які допомагають виявляти конкретні відмінності між групами після проведення ANOVA. Всі ці концепції складають основу для подальшого вивчення та застосування дисперсійного аналізу в наукових дослідженнях та прийнятті обґрунтованих рішень на основі статистичних даних.

1.3 Типи дисперсійного аналізу

Дисперсійний аналіз (ANOVA) має кілька різних типів, кожен з яких застосовується в залежності від структури даних і цілей дослідження. Для зручності розглянемо типи цього аналізу у вигляді таблиці 1.1.

Таблиця 1.1

Типи дисперсійного аналізу		
Тип	Опис	Приклад
Однофакторний дисперсійний аналіз (One-Way ANOVA)	Цей тип аналізу використовується для порівняння середніх значень між трьома і більше групами, що розрізняються за одним фактором.	Дослідження впливу різних дієт (фактор з трьома рівнями: дієта А, дієта В, дієта С) на вагу учасників.
Двофакторний дисперсійний	Використовується для оцінки одночасного впливу двох незалежних	Вивчення впливу дієти (три рівні) і фізичної

аналіз (Two-Way ANOVA)	факторів на залежну змінну, а також для дослідження взаємодії між цими факторами.	активності (два рівні) на вагу учасників.
Дисперсійний аналіз з повторними вимірюваннями (Repeated Measures ANOVA)	Застосовується, коли одні й ті ж суб'єкти вимірюються більше одного разу при різних умовах або в різний час.	Вимірювання рівня цукру в крові у пацієнтів до, під час і після лікування.
Багатофакторний дисперсійний аналіз (Factorial ANOVA)	Це розширення двофакторного дисперсійного аналізу, де досліджується вплив двох і більше факторів одночасно. Може включати більше двох факторів.	Вивчення впливу різних видів дієт, рівня фізичної активності та віку на вагу учасників.
Коваріаційний аналіз (ANCOVA)	Поєднує дисперсійний аналіз і регресійний аналіз, дозволяючи контролювати вплив однієї або більше коваріант (постійних змінних) при оцінці впливу основних факторів.	Оцінка впливу дієти на вагу з контролем за вихідним рівнем ваги учасників.
Многовимірний дисперсійний аналіз (MANOVA)	Розширення ANOVA, яке дозволяє оцінювати вплив факторів на кілька залежних змінних одночасно.	Дослідження впливу дієти та фізичної активності на вагу та рівень холестерину одночасно.
Дисперсійний аналіз змішаних моделей (Mixed-Design ANOVA)	Використовується, коли в експерименті є як незалежні групи, так і повторні вимірювання. Це дозволяє одночасно враховувати як міжсуб'єктні (міжгрупові) фактори, так і внутрішньосуб'єктні (повторні вимірювання) фактори.	Вивчення впливу різних методів навчання (міжгруповий фактор) на успішність студентів, які оцінюються кілька разів протягом семестру (внутрішньосуб'єктний фактор).
Однофакторний дисперсійний аналіз для залежних вибірок (One-Way Repeated Measures ANOVA)	Використовується для порівняння середніх значень в умовах, коли вимірювання проводяться на одних і тих самих суб'єктах кілька разів при різних умовах.	Порівняння рівня стресу у працівників до, під час і після введення нової методики управління.

Кожен з цих типів дисперсійного аналізу має свої специфічні застосування і передумови. Вибір конкретного типу залежить від структури експерименту, кількості незалежних і залежних змінних, а також від наявності повторних вимірювань і необхідності контролю коваріант [6, с. 55].

Отже, дисперсійний аналіз може бути застосований у різних варіантах в залежності від структури даних та мети дослідження. Розглянуті, в ході роботи, типи аналізу включають однофакторний, двофакторний, дисперсійний аналіз з повторними вимірюваннями, багатофакторний, коваріаційний, многовимірний, дисперсійний аналіз змішаних моделей та однофакторний дисперсійний аналіз для залежних вибірок. Кожен з них має свої особливості та може бути застосований в конкретних ситуаціях. Вивчення різноманітних типів дисперсійного аналізу розширює розуміння методу та дозволяє вченим вибрати найбільш відповідний інструмент для аналізу їхніх даних.

РОЗДІЛ 2. КРИТЕРІЙ КРУСКАЛА-УОЛЛІСА

2.1 Введення в непараметричні методи статистики

Непараметричні методи статистики — це група статистичних методів, які не роблять припущень щодо форми розподілу даних. Вони особливо корисні, коли дані не відповідають нормальному розподілу або коли зразки мають невеликий розмір. Непараметричні методи часто використовуються для аналізу рангових даних або для даних, що не є числовими.

Основні характеристики непараметричних методів

- *Відсутність припущень щодо розподілу.* Непараметричні методи не передбачають нормальності або будь-який інший конкретний розподіл даних.
- *Застосування до малих вибірок.* Ці методи ефективні навіть при малих розмірах вибірки.
- *Аналіз рангових даних.* Багато непараметричних методів використовують ранги замість фактичних числових значень.
- *Менша чутливість до викидів.* Непараметричні тести менш чутливі до викидів та інших аномальних значень [8, с. 50].

Таблиця 2.1

Основні непараметричні методи	
Метод	Застосування
Критерій Манна-Уїтні (U-критерій Манна-Уїтні)	- Використовується для порівняння двох незалежних вибірок. - Аналог t-тесту для незалежних вибірок у параметричній статистиці.
Критерій Вілкоксона (W-критерій Вілкоксона)	- Використовується для порівняння двох залежних вибірок. - Аналог парного t-тесту.
Критерій Краскала-Воліса	- Розширення критерію Манна-Уїтні для більше ніж двох незалежних вибірок. - Аналог однофакторного дисперсійного аналізу (ANOVA).
Критерій Фрідмана	- Використовується для порівняння більше ніж двох залежних вибірок. - Аналог повторних вимірювань ANOVA.
Критерій знаків	- Використовується для оцінки медіани одного набору даних або для порівняння медіан двох залежних вибірок.
Критерій знакових рангових сум Вілкоксона	- Використовується для порівняння парних вибірок, схожий на критерій знаків, але враховує ранги

Приклади застосування

1. *Медицина.* Порівняння ефективності двох різних методів лікування, коли розподіл результатів не є нормальним.
2. *Психологія.* Оцінка змін у поведінці учасників експерименту до і після втручання.
3. *Економіка.* Аналіз рейтингових даних, таких як задоволеність клієнтів [8, с. 50].

Таблиця 2.2

Переваги та недоліки непараметричних методів

Переваги та недоліки	Опис
Переваги	<ul style="list-style-type: none"> - Не потребують нормального розподілу даних. - Можуть бути використані для аналізу рангових та номінальних даних. - Менш чутливі до викидів.
Недоліки	<ul style="list-style-type: none"> - Можуть мати меншу потужність у порівнянні з параметричними методами, коли дані дійсно мають нормальний розподіл. - Менш інформативні щодо параметрів популяції, наприклад, середнього значення і стандартного відхилення.

Непараметричні методи статистики є потужним інструментом для аналізу даних, які не відповідають вимогам параметричних методів. Вони забезпечують гнучкість і надійність у багатьох ситуаціях, де параметричні методи можуть бути непридатними або неефективними.

Отже, непараметричні методи можуть бути застосовані до різних типів даних та ситуацій, що робить їх важливим інструментом в аналізі даних в різних галузях, від медицини до соціальних наук. Однією з основних переваг непараметричних методів є те, що вони не вимагають жорстких умов щодо розподілу даних. Це особливо важливо в тих випадках, коли реальний розподіл даних складний або невідомий. Непараметричні методи дозволяють ефективно аналізувати дані, коли вони мають високу асиметрію, велику кількість викидів або незалежність між спостереженнями не виконується. Оскільки непараметричні методи використовують ранжування даних, вони менш чутливі до викидів, ніж параметричні методи, що базуються на розподілі. Багато непараметричних методів досить прості в застосуванні і не вимагають складних математичних обчислень, що робить їх доступними для широкого кола дослідників.

2.2 Опис критерію Крускала-Уолліса

Критерій Крускала-Уолліса (Kruskal-Wallis H test) - це непараметричний метод, який використовується для визначення значущих відмінностей між трьома або більше незалежними групами. Він є узагальненням U-критерію Манна-Уїтні на більше ніж дві групи і застосовується, коли дані не відповідають нормальному розподілу або коли інші припущення параметричних методів, таких як однофакторний дисперсійний аналіз (ANOVA), не виконуються.

Основні характеристики критерію Крускала-Уолліса полягають у його непараметричному характері та широкому спектрі застосування [11, с. 1755].

Критерій Крускала-Уолліса є непараметричним методом, що означає, що він не вимагає припущень щодо нормальності розподілу даних. Це робить його особливо корисним у випадках, коли дані не відповідають нормальному розподілу або є ранговими, а не **числовими**.

Щодо застосування, критерій Крускала-Уолліса використовується для порівняння медіан трьох або більше незалежних груп. Це може бути корисним для досліджень з великою кількістю груп або у випадках, коли маємо невеликі вибірки або деякі викиди, що робить застосування класичних параметричних методів непрактичним.

Критерій Крускала-Уолліса також можна розглядати як аналог ANOVA у непараметричному варіанті. Він виконує подібну функцію, як однофакторний дисперсійний аналіз, дозволяючи порівнювати середні значення між групами, але без потреби у виконанні припущень про нормальність та рівність дисперсій.

Критерій Крускала-Уолліса є потужним інструментом для порівняння більше ніж двох

незалежних груп, коли дані не відповідають нормальному розподілу або не задовольняють інші припущення параметричних методів. Він широко використовується в соціальних науках, медицині, економіці та інших галузях для аналізу рангових даних або невеликих вибірок [11, с. 1756].

Отже, критерій Крускала-Уолліса є потужним і гнучким інструментом для аналізу даних, особливо коли класичні параметричні методи не можуть бути застосовані через невідповідність даних нормальному розподілу або наявність викидів. Як непараметричний метод, він не потребує припущень щодо нормальності розподілу, що робить його ідеальним для аналізу рангових або категоріальних даних. Основне застосування критерію полягає у порівнянні медіан більше ніж двох незалежних груп, що дозволяє оцінювати різниці між групами навіть у випадках з невеликими вибірками. Критерій Крускала-Уолліса виконує функції, аналогічні однофакторному дисперсійному аналізу (ANOVA), але без потреби у виконанні припущень про нормальність та рівність дисперсій. Це робить його надзвичайно корисним для широкого спектру дослідницьких задач у різних галузях науки, таких як медицина, соціальні науки та біологія.

2.3 Порівняння з параметричними методами

Критерій Крускала-Уолліса є непараметричним методом, який використовується для порівняння трьох або більше незалежних груп. Це є аналогом однофакторного дисперсійного аналізу (ANOVA), але для порядкових даних або коли припущення нормальності не виконуються [15].

Основні характеристики

Критерій Крускала-Уолліса

- Непараметричний метод. Не вимагає нормального розподілу даних і є стійким до викидів.
- Використовує ранги. Замість фактичних значень, він ранжує дані.
- Групи. Використовується для порівняння трьох і більше незалежних груп.
- Гіпотези. Нульова гіпотеза стверджує, що всі групи мають однаковий розподіл, альтернативна гіпотеза — що принаймні одна група має відмінний розподіл.

Параметричні методи (наприклад, однофакторний ANOVA)

- Параметричний метод. Передбачає, що дані мають нормальний розподіл та рівні дисперсії у всіх групах.
- Використовує середні значення. Базується на середніх значеннях груп та дисперсіях.
- Групи. Також використовується для порівняння трьох і більше незалежних груп.
- Гіпотези. Нульова гіпотеза стверджує, що середні значення всіх груп рівні, альтернативна гіпотеза — що принаймні одна група має відмінне середнє значення [15].

Таблиця 2.3

Порівняння

Показник	Критерій Крускала-Уолліса	ANOVA
Вимоги до даних	Не вимагає нормального розподілу даних, що робить його більш підходящим для аналізу даних з викидами або асиметричним розподілом.	Вимагає нормальності та рівності дисперсій, що може бути обмежуючим фактором для реальних даних.
Стійкість до	Стійкий до викидів, оскільки	Чутливий до викидів, оскільки

викидів	базується на рангах.	базується на середніх значеннях та дисперсіях.
Інтерпретація результатів	Дає статистику χ^2 та р-значення, що вказує на наявність чи відсутність значущих відмінностей між групами.	Дає F-статистику та р-значення, що вказує на значущі відмінності між середніми значеннями груп.
Потужність тесту	Менш потужний у порівнянні з ANOVA при дотриманні умов нормальності, тобто має меншу здатність виявляти відмінності, коли вони існують.	Більш потужний за умови виконання припущень про нормальність та рівність дисперсій.
Застосовність	Використовується при аналізі порядкових даних або коли дані не відповідають параметричним припущенням.	Використовується для інтервальних або відношних даних, що відповідають припущенням нормальності та рівності дисперсій.

Критерій Крускала-Уолліса є корисним інструментом для аналізу даних, які не відповідають параметричним припущенням, забезпечуючи гнучкість та стійкість до викидів. Параметричні методи, такі як однофакторний ANOVA, є більш потужними за умови дотримання необхідних припущень, і краще підходять для нормальних та однорідних даних. Вибір методу залежить від характеристик даних та цілей дослідження [17, с. 66].

Отже, критерій Крускала-Уолліса є важливим непараметричним методом, що дозволяє порівнювати три і більше незалежні групи. Його головна перевага полягає в тому, що він не вимагає припущень щодо нормальності розподілу даних, що робить його особливо корисним для аналізу даних з викидами або асиметричним розподілом. Використовуючи ранги замість фактичних значень, критерій Крускала-Уолліса залишається стійким до викидів і дозволяє ефективно аналізувати порядкові або категоріальні дані. Основною метою критерію є перевірка нульової гіпотези про те, що всі групи мають однаковий розподіл. Альтернативна гіпотеза стверджує, що принаймні одна група має відмінний розподіл. Це робить його важливим інструментом у випадках, коли класичні параметричні методи, такі як однофакторний дисперсійний аналіз (ANOVA), не можуть бути застосовані через невідповідність даних необхідним припущенням. Порівняння критеріїв Крускала-Уолліса та ANOVA показує, що кожен з методів має свої переваги та недоліки. Критерій Крускала-Уолліса є менш потужним у порівнянні з ANOVA, але його гнучкість і стійкість до викидів роблять його незамінним для аналізу реальних даних, які часто не відповідають ідеальним умовам нормальності та рівності дисперсій. ANOVA, з іншого боку, більш потужний за умови виконання припущень про нормальність та рівність дисперсій і краще підходить для аналізу інтервальних або відношних даних. Таким чином, вибір між критерієм Крускала-Уолліса та однофакторним дисперсійним аналізом залежить від характеристик даних і конкретних завдань дослідження. Критерій Крускала-Уолліса забезпечує надійний аналіз для широкого спектру ситуацій, коли параметричні припущення не можуть бути виконані, тим самим розширюючи можливості статистичного аналізу в наукових дослідженнях.

РОЗДІЛ 3. МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ КРИТЕРІЮ КРУСКАЛА- УОЛЛІСА

3.1 Формула розрахунку статистики критерію Крускала-Уолліса

Процедура застосування критерію Крускала-Уолліса

- Обчислення рангів:
 - Об'єднайте всі дані з усіх груп в один масив.
 - Присвойте ранги всім значенням. Якщо є однакові значення, присвойте їм середній ранг.
- Розрахунок рангових сум для кожної групи:
 - Сумуйте ранги окремо для кожної групи. Позначте ці суми як R_i , де i - номер групи.
- Обчислення статистики H :
 - Використовуйте формулу:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

де:

- N - загальна кількість спостережень,
- k - кількість груп,
- R_i - сума рангів у i -й групі,
- n_i - кількість спостережень у i -й групі [20, с. 405].

4. Інтерпретація H -статистики:

- Порівняйте обчислену H -статистику з критичним значенням з таблиці розподілу χ^2 квадрат (χ^2) з $k-1$ ступенями свободи.

- Якщо H більше критичного значення, відхиляється нульова гіпотеза, яка стверджує, що всі групи мають однакові медіани.

Отже, формула розрахунку статистики критерію Крускала-Уолліса забезпечує ефективний метод для оцінки значущих відмінностей між трьома і більше незалежними групами, особливо коли дані не відповідають нормальному розподілу. Використовуючи ранги, ця формула не вимагає припущень щодо нормальності розподілу та рівності дисперсій, що робить її ідеальною для аналізу даних з викидами або асиметрією. Розрахунок статистики H включає об'єднання спостережень, ранжування, підсумовування рангів для кожної групи та застосування формули. Це дозволяє надійно перевіряти гіпотези про розподіл даних між групами, розширюючи можливості статистичного аналізу в різних наукових дослідженнях.

3.2 Приклад розрахунку критерію Крускала-Уолліса

Припустимо, ми маємо три незалежні групи даних, і нам потрібно перевірити, чи є значущі відмінності між їхніми медіанами.

Групи даних:

- Група 1: 5, 7, 8
- Група 2: 6, 9, 10
- Група 3: 3, 4, 6

Крок 1: Об'єднання та ранжування даних

Об'єднаємо всі спостереження і присвоїмо їм ранги (найменше значення отримує ранг 1):

Таблиця 3.1

Об'єднання та ранжування даних

Дані	Група	Ранг
3	Група 3	1
4	Група 3	2
5	Група 1	3
6	Група 2	5.5
6	Група 3	5.5
7	Група 1	7
8	Група 1	8
9	Група 2	9
10	Група 2	10

Крок 2: Підсумування рангів для кожної групи

Таблиця 3.2

Підсумування рангів		
Група	n (кількість спостережень)	Сума рангів (R _i)
1	3	3 + 7 + 8 = 18
2	3	5.5 + 9 + 10 = 24.5
3	3	1 + 2 + 5.5 = 8.5

Крок 3: Обчислення статистики (H)

Формула:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

де:

- N — загальна кількість спостережень (N = 9).
- k — кількість груп (k = 3).
- R_i — сума рангів для i-ї групи.
- n_i — кількість спостережень у i-й групі.

Підставимо значення:

$$H = \frac{12}{9(9+1)} \left(\frac{18^2}{3} + \frac{24.5^2}{3} + \frac{8.5^2}{3} \right) - 3(9+1)$$

Обчислимо кожен елемент окремо:

$$\frac{18^2}{3} = \frac{324}{3} = 108$$

$$\frac{24.5^2}{3} = \frac{600.25}{3} = 200.0833$$

$$\frac{8.5^2}{3} = \frac{72.25}{3} = 24.0833$$

Тепер підставимо ці значення у формулу:

$$H = \frac{12}{90} (108 + 200.0833 + 24.0833) - 30$$

$$H = \frac{12}{90} * 332.1666 - 30$$

$$H = \frac{3985.9992}{90} - 30$$

$$H = 44.2889 - 30$$

$$H = 14.2889$$

Отже, приклад розрахунку критерію Крускала-Уолліса демонструє його ефективність у порівнянні медіан трьох і більше незалежних груп, особливо коли дані не відповідають нормальному розподілу або містять викиди. Процес включає ранжування об'єднаних даних, підсумування рангів для кожної групи та обчислення статистики H за формулою. Отримане значення статистики порівнюється з критичним значенням χ^2 для відповідного рівня значущості та ступенів свободи. Якщо H перевищує критичне значення, нульова гіпотеза про однаковість розподілу у всіх групах відхиляється, вказуючи на значущі відмінності між групами. Цей метод, будучи стійким до порушень параметричних припущень, розширює можливості статистичного аналізу в наукових дослідженнях.

3.3 Інтерпретація результатів тесту

Крок 4: Інтерпретація результату

Отримане значення $H = 14.2889$. Тепер потрібно порівняти це значення з критичним значенням χ^2 для $k-1$ ступенів свободи (тут $(3-1)=2$ ступеня свободи) і обраного рівня значущості (наприклад, 0.05). З таблиці критичних значень χ^2 для 2 ступенів свободи і рівня значущості 0.05 , критичне значення дорівнює 5.991 .

Оскільки $H > 5.991$, ми відхиляємо нульову гіпотезу і робимо висновок, що принаймні одна з груп має медіану, яка значно відрізняється від інших.

ВИСНОВКИ

Дисперсійний аналіз (ANOVA) є ключовим статистичним методом, призначеним для оцінки впливу одного або декількох факторів на залежну змінну. Його розвиток бере початок з робіт Рональда Фішера у 1920-х роках, який заклав основу для сучасного аналізу варіабельності. ANOVA дозволяє виявити, чи існують значущі відмінності між групами шляхом порівняння внутрішньогрупової та міжгрупової варіабельності. З часом метод був розширений, включивши однофакторний та багатофакторний дисперсійний аналіз, аналіз з повторними вимірюваннями, коваріаційний аналіз та багатовимірний дисперсійний аналіз. Ці розширення дають дослідникам можливість застосовувати ANOVA до різноманітних експериментальних дизайнів і складних наборів даних, що забезпечує гнучкість і точність у дослідженні впливу факторів на залежні змінні.

В ході роботи ми ознайомилися з концепціями факторів та їх рівнів, внутрішньогруповою та міжгруповою варіабельністю, сумами квадратів, кількістю ступенів свободи, середніми квадратами, гіпотезами та значеннями рівня статистичної значущості (p-значеннями). Розуміння цих понять дозволило нам здійснювати аналіз даних і визначати вплив різних факторів на залежну змінну з високою точністю і об'єктивністю. Ми також вивчили пост-гок тести, які допомагають виявляти конкретні відмінності між групами після проведення дисперсійного аналізу. Ці поняття становлять основу для подальшого вивчення та використання дисперсійного аналізу в наукових дослідженнях і прийнятті обґрунтованих рішень на основі статистичних даних.

Дисперсійний аналіз може мати різноманітні варіанти застосування, залежно від структури даних та мети дослідження. У ході нашої роботи ми розглянули різні типи аналізу, такі як однофакторний, двофакторний, дисперсійний аналіз з повторними вимірюваннями, багатофакторний, коваріаційний, багатовимірний, дисперсійний аналіз змішаних моделей та однофакторний дисперсійний аналіз для залежних вибірок. Кожен із них має свої унікальні особливості і може бути застосований у конкретних ситуаціях.

Вивчення цих різноманітних типів дисперсійного аналізу розширює розуміння методу та допомагає вченим обрати найбільш відповідний інструмент для аналізу їхніх даних.

Непараметричні методи статистики відкривають широкі можливості для аналізу різноманітних типів даних та ситуацій, що робить їх важливим інструментом у багатьох галузях, від медицини до соціальних наук. Вони не обмежені жорсткими вимогами до розподілу даних, що особливо корисно у випадках, коли розподіл складний або невідомий. Непараметричні методи дозволяють ефективно аналізувати дані з високою асиметрією, значною кількістю викидів або у випадках, коли незалежність між спостереженнями не виконується. Так як ці методи базуються на ранжуванні даних, вони менш чутливі до викидів порівняно з параметричними методами, що використовують розподіл. Багато з непараметричних методів є простими у застосуванні та не вимагають складних математичних обчислень, що робить їх доступними для використання широким колом дослідників.

Критерій Крускала-Уолліса є ефективним і гнучким інструментом для аналізу даних, особливо коли традиційні параметричні методи не можуть бути застосовані через невідповідність даних нормальному розподілу або присутність викидів. Оскільки цей метод є непараметричним, він не вимагає припущень щодо нормальності розподілу, що робить його ідеальним для аналізу рангових або категоріальних даних. Основне призначення критерію полягає у порівнянні медіан трьох і більше незалежних груп, що дозволяє виявляти різниці між групами навіть за наявності невеликих вибірок. Критерій Крускала-Уолліса виконує аналогічну функцію до однофакторного дисперсійного аналізу (ANOVA), але без потреби у виконанні припущень про нормальність та рівність дисперсій. Це робить його надзвичайно корисним для широкого спектру дослідницьких завдань у різних галузях науки, таких як медицина, соціальні науки та біологія.

Критерій Крускала-Уолліса є важливим непараметричним методом, що дозволяє порівнювати три і більше незалежні групи без припущень щодо нормальності розподілу даних. Це робить його корисним для аналізу даних з викидами або асиметричним розподілом. Використання рангів замість фактичних значень забезпечує стійкість до викидів і ефективний аналіз порядкових або категоріальних даних. Основна мета критерію - перевірка нульової гіпотези про однаковий розподіл усіх груп, де альтернативна гіпотеза вказує на відмінності між групами. Це важливо, коли параметричні методи, як однофакторний дисперсійний аналіз (ANOVA), не підходять. Хоча критерій Крускала-Уолліса менш потужний порівняно з ANOVA, його гнучкість і стійкість до викидів роблять його незамінним для реальних даних, які часто не відповідають ідеальним умовам. ANOVA є більш потужним за умови виконання припущень про нормальність та рівність дисперсій. Таким чином, вибір між критерієм Крускала-Уолліса та ANOVA залежить від характеристик даних і завдань дослідження. Критерій Крускала-Уолліса розширює можливості статистичного аналізу в багатьох дослідницьких ситуаціях. Формула розрахунку статистики критерію Крускала-Уолліса надає ефективний спосіб оцінки значущих відмінностей між трьома і більше незалежними групами, особливо коли дані не відповідають нормальному розподілу. Використовуючи ранги, цей метод не потребує припущень щодо нормальності розподілу та рівності дисперсій, що робить його ідеальним для аналізу даних з викидами або асиметричним розподілом. Розрахунок статистики H включає об'єднання спостережень, ранжування, підсумовування рангів для кожної групи та застосування формули. Це дозволяє надійно перевіряти гіпотези про розподіл даних між групами, розширюючи можливості статистичного аналізу в різних наукових дослідженнях.

Перегляд прикладу розрахунку критерію Крускала-Уолліса показує, що цей метод ефективний у порівнянні медіан трьох або більше незалежних груп, особливо тоді, коли дані не мають нормального розподілу або містять викиди. Процес аналізу включає в себе ранжування об'єднаних даних, підсумовування рангів для кожної групи та розрахунок статистики H за відповідною формулою. Отримане значення статистики порівнюється з критичним значенням χ^2 для заданого рівня значущості та кількості ступенів свободи. Якщо значення H перевищує критичне, то нульова гіпотеза про рівність розподілу у всіх групах відкидається, що свідчить про наявність значних відмінностей між групами. Цей метод, який відзначається стійкістю до порушень параметричних припущень, розширює можливості статистичного аналізу у наукових дослідженнях.

За наведеним прикладом отримано наступні результати. Отримане значення статистики $H = 14.2889$. Далі необхідно порівняти це значення з критичним значенням χ^2 для $k-1$ ступенів свободи ($3-1=2$) і обраного рівня значущості (наприклад, 0.05). З таблиці критичних значень χ^2 для 2 ступенів свободи і рівня значущості 0.05, критичне значення дорівнює 5.991. Оскільки $H > 5.991$, ми відхиляємо нульову гіпотезу і робимо висновок, що принаймні одна з груп має медіану, яка значно відрізняється від інших.

Схожість

Джерела з Інтернету

29

1	http://um.co.ua/3/3-15/3-159897.html		0.18%
2	https://www.onaft.edu.ua/download/konfi/material_konf_ekonom_02.04.19-2.pdf	16 джерел	0.16%
3	https://ua-referat.com/uploaded/vstup-aktualeniste-temi-vsk1/index1.html	5 джерел	0.16%
4	https://er.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/23131/1/Dyplom022_Prykhodko_Kolisnyk.pdf	2 джерела	0.16%
5	http://dobre.org.ua/files/Knygy/ISUS_ZhYVYY/ISUS_ZhYVYY.doc	3 джерела	0.16%
6	https://er.nau.edu.ua/bitstream/NAU/58435/3/%d0%a4%d0%90%d0%95%d0%a2_172_2022_%d0%b4%d0%b8%d0%bf	2 джерела	0.16%

Цитати

Цитати

3

1 "Statistical Methods for Research Workers" (1925)

2 "The Design of Experiments" (1935)

3 **2.2 Опис критерію Крускала-Уолліса Критерій Крускала-Уолліса (Kruskal-Wallis H test) - це непараметричний метод, який використовується для визначення значущих відмінностей між трьома або більше незалежними групами.**